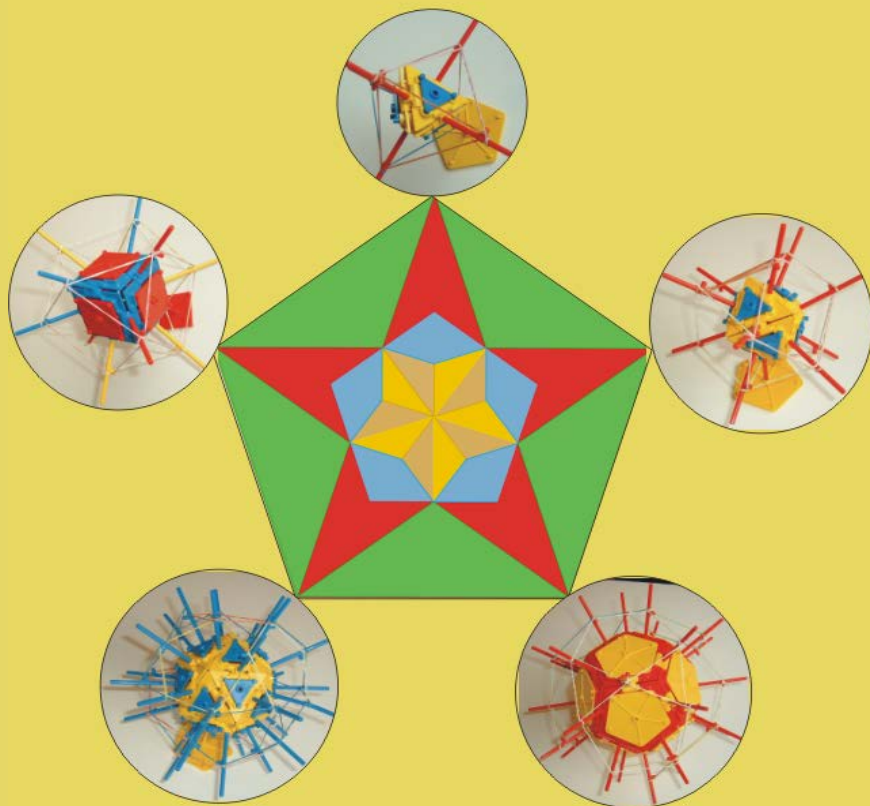


XXI CONCURSO de primavera Matemáticas 2017



**Comunidad
de Madrid**

Comité organizador del Concurso de Primavera

*Alfredo Martínez Sanz
Esteban Serrano Marugán
Francisco López Álvarez
Hugo Fernández Hervás
Isabel Benito Miguel
Javier Soler Areta
Jesús García Gual
Joaquín Hernández Gómez
José María Sordo Juanena
Juan Jesús Donaire Moreno*

*Luis Ferrero de Pablo
Marco Castrillón López
María Gaspar Alonso-Vega,
María Moreno Warleta
Merche Sánchez Benito
Miguel Ángel Baeza Alba
Pablo Martínez Dalmau
Pilar Ruiz Cervigón
Víctor Manuel Sánchez González*

AGRADECIMIENTOS

A los participantes en el Concurso, a sus padres y profesores.

A los voluntarios que nos ayudan en la 2ª fase.

A la Facultad de Matemáticas de la UCM.

Al Consejo Social y al Vicerrectorado de alumnos de la UCM.

A la Subdirección General de Formación del Profesorado de la Dirección General de Innovación, Becas y Ayudas a la Educación de la Consejería de Educación, Juventud y Deporte de la Comunidad de Madrid.

A las editoriales Grupo **ANAYA** y Ediciones **S.M.**

Al grupo empresarial El Corte Inglés.

A Smartick.



**XX CONCURSO DE PRIMAVERA
DE MATEMÁTICAS**

1ª FASE: 2 de marzo de 2016

NIVEL I (5º y 6º de Primaria)

¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	1 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
El Corte Inglés
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

- 1** ¿Con cuál de estas operaciones se obtiene el número mayor?
A) $20 \times 1,6$ **B)** $(20-1) \times 6$ **C)** $20 \times (1+6)$ **D)** $20,1 \times 6$ **E)** $20 + 16$
- 2** Miriam ha dibujado un círculo y luego, con mucha paciencia, ha trazado 2016 diámetros diferentes. ¿En cuántos gajos ha quedado dividido su círculo?
A) 2016 **B)** 2032 **C)** 4032 **D)** 2017 **E)** 4030

- 3** Juntando un cuadrado y un triángulo equilátero hemos formado un pentágono de perímetro 40 cm. ¿Cuál era el perímetro del triángulo?
A) 24 cm **B)** 18 cm **C)** 20 cm **D)** 16 cm
E) 30 cm



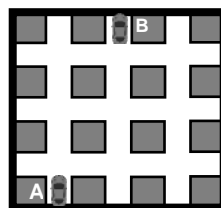
- 4** El producto $60 \times 24 \times 365 \times 2$ representa...
A) Las horas que hay en dos años **B)** Los días que hay en 120 años
C) Los minutos que hay en dos años **D)** Los días que hay en 730 años
E) Los segundos que hay en dos años

- 5** Cinco lombrices se encuentran en el borde de un reloj, justo en la marca de las TRES, y deciden explorar el perímetro del reloj arrastrándose hacia arriba: Pepa recorre 110° , Pepe recorre 450° , Pepi recorre 124° , Pepo recorre tres cuartos de reloj y Pepu recorre medio reloj más la tercera parte de la otra mitad. ¿Qué lombriz se ha detenido más cerca de las OCHO?


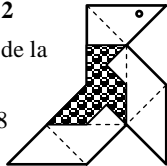


- A)** Pepa **B)** Pepe **C)** Pepi **D)** Pepo **E)** Pepu

- 6** A Maribel se le ha roto el mando de su coche teledirigido y ya solo puede ir hacia adelante y girar a la derecha. Tiene el coche en A y quiere aparcarlo en B. ¿Cuántos giros a la derecha tendrá que hacer como mínimo para conseguirlo?

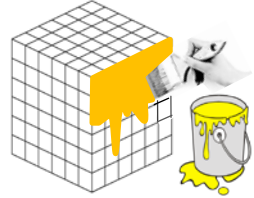


- A)** 4 **B)** 2 **C)** 5 **D)** 3
E) Es imposible hacer la maniobra.

- 7** Don Retorcido ha escrito en la pizarra todos los números desde el 1 al 200. Después, en un despiste de Don Retorcido, Comenúmeros se ha tragado siete múltiplos de 15. ¿Cuántos múltiplos de quince quedan aún en la pizarra?
- A) 15 B) 13 C) 193 D) 6 E) 5
- 8** Cornelia Lamur siempre despide sus Whatsapp con tres emoticonos. Pero no usa cualquiera, a ella solo le gustan estos cuatro: ❤️, 😊, 🍀, 🍀. Aquí tienes tres posibles despedidas de Cornelia: 🍀🍀🍀, 🍀🍀🍀 y ❤️😊🍀. ¿De cuántas formas puede despedirse Cornelia?
- A) 81 B) 12 C) 27 D) 24 E) 64
- 9** Multiplicamos un número por 3, al resultado le sumamos 2, después lo dividimos entre 4 y al restarle 5 obtenemos 15. ¿Cuál era el número de partida?
- A) 14 B) 26 C) 29 D) 126 E) 234
- 10** Este año para Halloween compramos una calabaza de 2 kg. Después de vaciarla y decorarla pesaba 1500 gramos. ¿Qué fracción de la calabaza hemos desechado?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{15}{20}$ D) $\frac{2}{15}$
- E) $\frac{13}{15}$
- 
- 11** Los 28 niños y niñas de la guardería terminaron la clase muy contentos. Había 10 con una pegatina verde en la frente, 12 con una pegatina roja en el cuello y 9 que iban sin pegatina. ¿Cuántos salieron felices con dos pegatinas?
- A) 6 B) 3 C) 4 D) 13 E) 2
- 12** En la figura podemos apreciar dos pajaritas semejantes. Si el área de la mayor es 72 cm^2 , el área de la pequeña, en cm^2 , es:
- A) 18 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48
- 
- 13** La editorial Paganini envió cromos a un colegio para los alumnos de 5º y 6º de primaria. Tocaban a 25 cromos por alumno y sobraban 8. Como cuatro de los niños no quisieron coger cromos, se repartieron todos los cromos sobrantes y tocaron a tres cromos más. ¿Cuántos niños cogieron cromos?
- A) 42 B) 40 C) 38 D) 36 E) 32

- 14** En esta suma cada letra representa una cifra diferente.
¿Cuál es la cifra B?
- | | | | |
|---|----------|----------|----------|
| | A | B | C |
| + | A | B | C |
| | A | B | C |
| | | | |
| | B | B | B |
- A) 6 B) 3 C) 4 D) 2
E) 9
- 15** Elisa ha dibujado un cuadrado de 4 metros de lado y ha señalado uno de los vértices y los dos puntos medios de los lados a los que no pertenece dicho vértice. Con estos tres puntos ha formado un triángulo. ¿Cuál es, en m^2 , el área de ese triángulo?
- A) 6 B) 5,5 C) 7 D) 8 E) 9
- 16** He calculado que por cada diez vueltas de la rueda de mi bici avanzo 18 metros. ¿Cuántas vueltas ha dado hoy que he recorrido cuatro kilómetros y medio?
- A) 5000 B) 4500 C) 250 D) 500 E) 2500
- 17** Cuando Ainhoa cumplió nueve años su padre le dijo: “cuando tú naciste yo tenía tres veces la edad que tienes ahora”. ¿Cuántos años tiene el padre de Ainhoa?
- A) 36 B) 38 C) 54 D) 45 E) 27
- 18** Cuatro aves se encuentran en la laguna verde y hablan así:
Pito dice: yo no vivo en el lago Noss y por el camino me encontré con la que vive en Nass.
Poto dice: creo que me estoy enamorando de la que vive en Nass.
Pato dice: ni de casualidad me iría a vivir a Ness ni a Nass.
Peto dice: cada una vivimos en lagos diferentes y además sé que Pito vive en Niss.
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?
- A) Pato vive en Niss B) Ni Pato ni Peto viven en Nass
C) Pito vive en Nass D) Pato vive en Noss
E) Poto no vive en Ness
- 19** Si sumamos las edades de los hermanos Tita, Tito y Titi por parejas obtenemos nueve, once y doce años. ¿Cuántos años tiene el mediano?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 3 E) 7

- 20** Francisco ha coloreado las seis caras de este cubo formado por cubitos de un centímetro de arista. ¿Cuántos cubitos tienen ahora exactamente dos caras coloreadas?



- A) 48 B) 72 C) 60 D) 112
E) 152

- 21** Don Retorcido se ha inventado la operación torreta. Observa en qué consiste:

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline b & c \\ \hline \end{array} = a \times (b + c)$$

¿Cuál de estas cinco torretas da como resultado un número sin decimales?

- A) $\begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 7,5 & 0,4 \\ \hline \end{array}$ B) $\begin{array}{|c|} \hline 1,2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 0,6 & 5,4 \\ \hline \end{array}$ C) $\begin{array}{|c|} \hline 0,7 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 3,2 & 6,8 \\ \hline \end{array}$ D) $\begin{array}{|c|} \hline 9,1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1,3 & 2,3 \\ \hline \end{array}$ E) $\begin{array}{|c|} \hline 5,3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 3,5 & 1,5 \\ \hline \end{array}$

- 22** En una caja hay cinco bolas rojas, ocho negras y seis verdes. Añadiendo bolas, ¿con cuál de las siguientes opciones se consigue que la probabilidad de sacar bola roja sea $\frac{1}{3}$?

- A) Dos rojas y tres negras B) Dos verdes y una negra
C) Cuatro rojas y una verde D) Tres rojas y dos negras
E) Dos rojas, una negra y dos verde.

- 23** Jaimito ha sacado de quicio a su profesora y esta le ha mandado escribir NOHABLARÉENCLASENOHABLARÉENCLASENOHABL... hasta que se le seque el bolígrafo. Justo cuando terminó de escribir la letra número 999 se secó el bolígrafo. ¿Cuál fue la última letra que escribió Jaimito?

- A) C B) L C) A D) S E) E

- 24** Cinco pelotas pesan lo mismo que una peonza y un yoyó. Una peonza pesa lo mismo que dos pelotas y un yoyó. ¿Cuántas pelotas pesan lo mismo que dos peonzas?

- A) 5 B) 9 C) 8 D) 6 E) 7

25

A Comenúmeros le ha dado hambre resolver tantos problemas y se ha comido algunas cifras de esta resta. ¿Cuánto suman los números que se ha comido el muy glotón?

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \text{🐼} \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \text{🐼} \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \text{🐼} \\ 1 \end{array} \\
 - \begin{array}{c} \text{🐼} \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \text{🐼} \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \text{🐼} \\ \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{c} \text{🐼} \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \text{🐼} \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \text{🐼} \\ \end{array} \begin{array}{c} \text{🐼} \\ 2 \end{array}
 \end{array}$$

A) 17

B) 19

C) 15

D) 11

E) 13



**XX CONCURSO DE PRIMAVERA
DE MATEMÁTICAS**

1ª FASE: 2 de marzo de 2016

NIVEL II (1º y 2º de E.S.O.)

¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	1 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática

Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

El Corte Inglés

Grupo ANAYA

Grupo SM

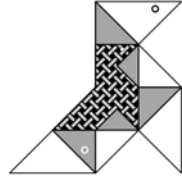
Smartick

- 1** Multiplicamos un número por 4, al resultado le sumamos 2, después lo dividimos entre 3 y al restarle 5 obtenemos el número de partida. ¿Cuál es este número?
A) 10 B) 13 C) 16 D) 19 E) 22
- 2** En una caja están las primeras nueve bolas de billar, numeradas del 1 al 9. Cinco letras amigas van cogiendo por turno una bola y luego se ordenan de menor a mayor según el número que les ha tocado: $P < R < I < M < A$. La R está feliz porque es la única que tiene un número primo y la P está triste porque su número es justo la mitad que el de M.
¿Cuánto suman los cinco números de nuestras amigas PRIMA?
A) 33 B) 31 C) 32 D) 30 E) 28
- 3** Usando enteros positivos diferentes solo hay un cuarteto $\{1, 2, 3, 5\}$ cuya suma sea 11. ¿Cuántos cuartetos de enteros positivos diferentes hay que sumen 15?
A) 6 B) 7 C) 5 D) 8 E) 3
- 4** Lola compara el precio de un billete de avión para NY en dos agencias, Rayantour y Vuelinair. La diferencia de precio entre los dos billetes es de 70 euros, y el precio del billete con la agencia Vuelinair vale los dos tercios del precio del billete en Rayantour. ¿Cuántos euros cuesta el billete más caro?
A) 280 B) 244 C) 210 D) 420 E) 235
- 5** La suma de las tres cifras del número que está pensando Joaquín es cinco. La diferencia entre el mayor y el menor número que cumplen esa condición es:
A) 138 B) 396 C) 387 D) 199 E) 421
- 6** Al descomponer 2016 en factores podemos escribir $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7^1$. Siguiendo ese esquema, $\Delta^\Delta \times \Delta^\Delta \times \Delta^\Delta$ y usando esos mismos números: 1, 2, 2, 3, 5, 7, ¿cuál es el menor producto que podemos formar?
A) 1400 B) 31 C) 150 D) 256 E) 200
- 7** Julia dice: "tengo una hermana más que hermanos". Y su hermano Julio dice: "tengo el doble de hermanas que de hermanos". ¿Cuántos hermanos son en total, entre chicas y chicos?
A) 9 B) 6 C) 8 D) 12 E) 10

8

En la figura podemos apreciar tres pajaritas semejantes. Si la mayor tiene de perímetro 72 cm, el perímetro de la pequeña, en cm, es:

- A) 18 B) 24 C) 32 D) 36
E) 48



9

Cuando Ainhoa cumplió nueve años su padre le dijo: “cuando tú naciste yo tenía tres veces la edad que tienes ahora”. ¿Cuántos años tiene el padre de Ainhoa?

- A) 36 B) 38 C) 54 D) 45 E) 27

10

Juan sube las escaleras de su casa dando zancadas de dos en dos escalones y las baja a zancadas de tres en tres. Si para subir da siete zancadas más que para bajar, ¿cuántos escalones tiene la escalera de su casa?

- A) 42 B) 26 C) 91 D) 35 E) 65

11

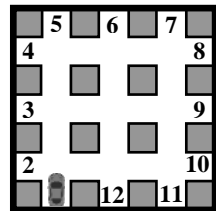
El reloj de la cocina atrasa 5 minutos cada dos horas y el mío adelanta 5 minutos cada hora. A las 8:00 puse los dos relojes en hora y al volver del colegio mi reloj marcaba una hora más que el de la cocina. ¿A qué hora volví del cole?

- A) 16:00 B) 16:45 C) 15:40 D) 15:30 E) 14: 45

12

A Maribel se le ha roto el mando de su coche teledirigido y ya solo puede ir hacia adelante y girar a la derecha. Tiene el coche aparcado en la plaza número 1 y lo quiere mover a otra plaza diferente. ¿Cuál es la suma de los números de las plazas a las que no podrá llegar?

- A) 30 B) 11 C) 12 D) 14
E) 0



13

María y Esteban juegan al “pilla-pilla”. María está a 150 metros de Esteban que comienza a perseguirla. Si Esteban avanza 10 metros cada vez que María avanza 6, ¿cuántos metros habrá recorrido Esteban cuando pille a María?

- A) 286 B) 375 C) 524 D) 853 E) 301

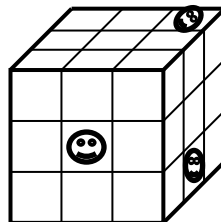
14

Elena y Alba se entretienen formando esta cadena: $\heartsuit \blacklozenge \heartsuit \heartsuit \blacklozenge \heartsuit \blacklozenge \heartsuit \blacklozenge \heartsuit \dots$
¿Qué posición ocupará en esta cadena el rombo número 97?

- A) 144 B) 194 C) 145 D) 147 E) 146

15

Con 27 cubitos he formado un cubo y he pintado tres cabezitas sonrientes como puedes ver en mi dibujo. Luego he quitado los cubitos con las cabezitas sonrientes y todos los que se tocan con ellos, cara con cara. ¿Cuántos cubitos quedan?



- A) 12 B) 18 C) 14 D) 15
E) 13

16

Rosalinda cuida su jardín de esta manera: cada día riega o bien 12 claveles o bien 8 tulipanes. Si al final de la semana ha regado un total de 76 flores, ¿cuántos días se ocupó de los claveles?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

17

Don Retorcido ha escrito en la pizarra todos los números desde el 1 al 400. Después, en un despiste de Don Retorcido, Comenúmeros se ha tragado siete cuadrados perfectos. ¿Cuántos cuadrados perfectos quedan escritos en la pizarra?

- A) 17 B) 13 C) 23 D) 12 E) 31

18

El mínimo común múltiplo de 99 y 999 es:

- A) 10 989 B) 98 901 C) 99 999 D) 8991 E) 111 111

19

Mi rectángulo es especial: cada lado mide un número entero de centímetros, la base mide siete centímetros más que la altura, la suma de las longitudes de tres de sus lados es 70 cm. ¿Cuántos centímetros mide el perímetro de mi rectángulo?

- A) 96 B) 98 C) 92 D) 86 E) 100

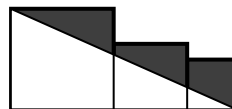
20

Don Retorcido se encuentra con dos enteros positivos, los observa, los estudia, los revuelve, reflexiona y exclama: ¡qué cosa tan bonita, la suma de estos dos números es el doble de su resta! ¿Qué podemos asegurar con seguridad de esos dos números?

- A) Son iguales B) Uno es la mitad del otro C) Uno es el triple del otro
D) Su producto es 28 E) Es imposible, Don Retorcido se ha confundido

21

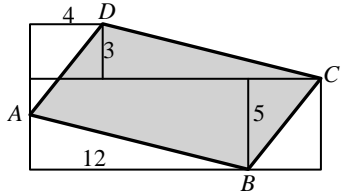
Rocío ha juntado tres cuadrados de lados 5 cm, 6 cm y 9 cm como muestra su dibujo. ¿Qué área, en cm^2 , ocupa la parte sombreada?



- A) 52 B) 50 C) 71 D) 92
E) 42

- 22** El número $1a69b$ es múltiplo de 2, 9 y 11. ¿Cuánto vale el producto $a \cdot b$?
 A) 0 B) 2 C) 24 D) 16 E) 8

- 23** El área del paralelogramo $ABCD$ sombreado es:
 A) 72 B) 56 C) 63
 D) 97 E) 60



- 24** Una epidemia de fraccionitis está afectando a los pobres habitantes de Matelandia. El primer mes se infectó el 10% de la población. En el segundo mes, el 10% de los enfermos sanó y el 10% de los sanos enfermó. ¿Qué porcentaje de la población padece fraccionitis en este momento?
 A) 19% B) 18% C) 10% D) 9% E) 1%
- 25** ¡Ayyy, que se acaba el tiempo!, tic-tac, tic-tac,... Cada cuarto de hora la manecilla de las horas gira un ángulo de ...
 A) $0,5^\circ$ B) $2,5^\circ$ C) $7,5^\circ$ D) 15° E) 30°



**XX CONCURSO DE PRIMAVERA
DE MATEMÁTICAS**

1ª FASE: 2 de marzo de 2016

NIVEL III (3º v 4º de E.S.O.)

¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	1 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática

Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid

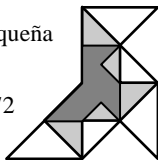
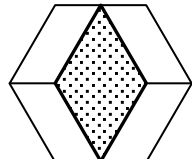
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

El Corte Inglés

Grupo ANAYA

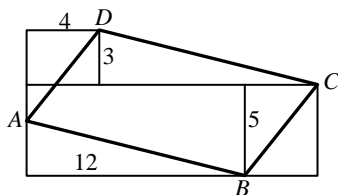
Grupo SM

Smartick

- 1** En un bombo de lotería quedan cinco bolas. Tres con número par y dos con número impar. Si damos vueltas al bombo y extraemos dos bolas, ¿cuál es la probabilidad de que la suma sea impar?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{3}{4}$
- 2** En la figura podemos apreciar tres pajaritas semejantes. Si la pequeña tiene de perímetro 18 cm, el perímetro de la grande, en cm, es:
- A) 24 B) 32 C) 36 D) 48 E) 72
- 
- 3** Si $\begin{cases} x^2 + y^2 = 212 \\ x + y = 18 \end{cases}$, el valor de $|x^2 - y^2|$ es:
- A) 288 B) 252 C) 216 D) 180 E) 144
- 4** En un hexágono regular, aprovechando los puntos medios de dos lados opuestos hemos construido un rombo de lados paralelos a cuatro lados del hexágono. Si el hexágono regular tiene un área de 48 cm^2 , la del rombo, en cm^2 , es:
- A) 32 B) 30 C) $24\sqrt{3}$ D) 24
- E) 16
- 
- 5** 2016 es múltiplo de 16. ¿Cuántos números de la forma $2000 + b$, con b natural y menor que 1000, son divisibles por b ?
- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24
- 6** El mínimo común múltiplo de 999 y 9999 es:
- A) 1 109 889 B) $10^6 - 1$ C) $10^{12} - 1$ D) 110 889 E) 333 333 333
- 7** La suma de todos los productos de cinco en cinco de los números del 1 al 6 acaba en:
- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

8 El área del paralelogramo $ABCD$ es:

- A) 72 B) 56 C) 63
D) 97 E) 60



9 Los números 3, b y c están en progresión geométrica. En cambio, $2b$, $3b$ y 48 están en progresión aritmética. La suma de la razón y la diferencia de ambas progresiones es:

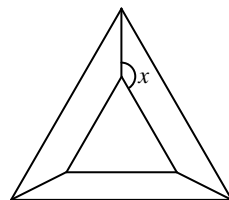
- A) 16 B) 15 C) 12 D) 10 E) 7

10 Si m es un entero par y n es un entero impar, ¿cuál de los siguientes números es un entero impar?

- A) $3m + 4n$ B) $5mn$ C) $(m + 3n)^2$ D) $m^3 \cdot n^3$ E) $5m + 6n$

11 En el interior de un triángulo equilátero dibujamos otro triángulo, también equilátero, con los lados paralelos al primero y con el mismo centro, como indica la figura. ¿Cuál es el valor del ángulo x ?

- A) 100° B) 110° C) 120° D) 130°
E) 150°

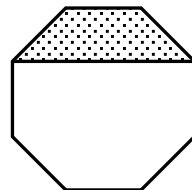


12 ¿Cuál de los siguientes números tiene exactamente 8 divisores?

- A) 90 B) 60 C) 50 D) 45 E) 30

13 En el octógono regular de la figura, el área de la zona sombreada es de 3 cm^2 . ¿Cuál es, en cm^2 , el área del octógono?

- A) 9 B) 10 C) $8 + 4\sqrt{2}$ D) 12
E) $8\sqrt{2}$



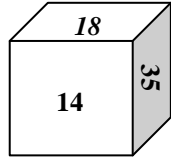
14 Si p , q y r son enteros positivos tales que $p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19}$, ¿cuál es el valor de

$p \cdot q \cdot r$?

- A) 6 B) 10 C) 18 D) 36 E) 42

- 15** En el dibujo de la derecha, las rectas PQ y RS son paralelas.
¿Cuál es el valor del ángulo QZY ?

A) 30° B) 20° C) 40°
D) 50° E) 60°



- 16** En la ecuación $N \cdot U \cdot (M + E + R + O) = 33$, cada letra representa un dígito diferente. ¿De cuántas formas diferentes podemos elegir el valor de las letras? Por ejemplo: $3 \cdot 1 \cdot (2 + 4 + 0 + 5)$ sería una de ellas.

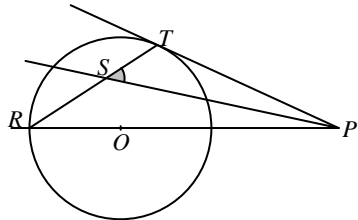
A) 12 B) 24 C) 30 D) 48 E) 60

- 17** En una zona pantanosa las ranas son azules o verdes. Desde el año pasado el número de ranas azules ha crecido un 60 % mientras que el de ranas verdes ha decrecido en la misma proporción, otro 60 %. Ahora resulta que el cociente entre el número de ranas azules y el de ranas verdes es el mismo que el cociente entre el número de ranas verdes y el de ranas azules que había antes. ¿En qué porcentaje ha decrecido el número total de ranas?

A) 5 % B) 10 % C) 20 % D) 25 %

E) Hay las mismas ranas que antes

- 18** Desde un punto P exterior a una circunferencia se trazan dos rectas, una que pasa por el centro O y otra tangente en T , como muestra la figura. La bisectriz del ángulo \widehat{OPT} corta al segmento RT en S .



¿Cuál es la medida del ángulo \widehat{TSP} ?

A) $22,5^\circ$ B) 30° C) $37,5^\circ$
D) 45° E) $52,5^\circ$

- 19** Don Retorcido tiene una calculadora tan antigua que solo le funcionan las teclas \boxed{ON} , $\boxed{+}$, $\boxed{-}$, $\boxed{\times}$ y $\boxed{\div}$, pero el funcionamiento de las mismas es un poco particular, solo suma o resta. Cuando pulsa \boxed{ON} marca 0. Cuando pulsa $\boxed{+}$ suma 51 y si pulsa $\boxed{-}$ resta 51. Al pulsar $\boxed{\times}$ suma 85 y si se pulsa $\boxed{\div}$ resta 85. El otro día intentó llegar a 2016 y no lo consiguió. ¿Cuál es el número más próximo a 2016 que se puede conseguir?

A) 2005 B) 2006 C) 2007 D) 2017 E) 2023

20 El resultado de $9^{20} + 9^{20} + 9^{20}$ es:

- A) 27^{20} B) 9^{60} C) 3^{23} D) 3^{41} E) 27^{60}

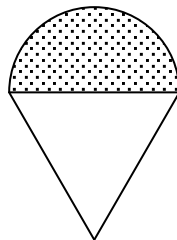
21 A las 12:00 de la mañana sale un AVE de Sevilla a Zaragoza y a las 12:40 sale otro de Zaragoza a Sevilla. Ambos circulan a la misma velocidad constante y tardan 3 horas y media en hacer el trayecto. ¿A qué hora se cruzan?

- A) 13:45 B) 14:00 C) 14:05 D) 14:15 E) 14:25

22 Tomando como diámetro el lado de un triángulo equilátero hemos dibujado un semicírculo. El cociente entre el área del semicírculo y la del triángulo es:

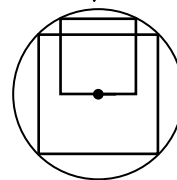
- A) 1 B) $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ C) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{2\pi}{3\sqrt{2}}$

E) $\frac{\pi}{3}$



23 En la figura se observa un cuadrado inscrito en una circunferencia y otro más pequeño con dos vértices en la circunferencia. El centro de la circunferencia es el punto medio de un lado del cuadrado pequeño. El cociente entre las áreas de los cuadrados es:

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C) 3 D) 2 E) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

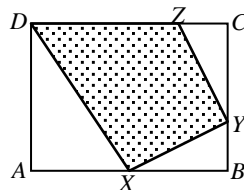


24 Tiramos dos veces un dado cuyas caras están numeradas con: $-3, -2, -1, 0, 1, 2$. Si multiplicamos los dos números obtenidos, ¿cuál es la probabilidad de obtener un producto negativo?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{11}{36}$ E) $\frac{13}{36}$

25 En tres de los lados del rectángulo $ABCD$ hemos tomado los puntos X, Y, Z , de manera que $AX = XB$, $CY = 2 \cdot BY$, $DZ = 3CZ$. Con los puntos D, X, Y, Z , se determina un cuadrilátero. ¿Qué fracción del área del rectángulo representa el área del cuadrilátero $DXYZ$?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{5}$





**XX CONCURSO DE PRIMAVERA
DE MATEMÁTICAS**

1ª FASE: 2 de marzo de 2016

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	1 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática

Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

El Corte Inglés

Grupo ANAYA

Grupo SM

Smartick

1

En un bombo de lotería quedan $2n + 1$ bolas, $n + 1$ pares y n impares. Si damos vueltas al bombo y extraemos dos bolas, ¿cuál es la probabilidad de que la suma sea impar?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{n-1}{2n+1}$ C) $\frac{n}{2n+1}$ D) $\frac{n+1}{2n+1}$ E) $\frac{n-1}{2n}$

2

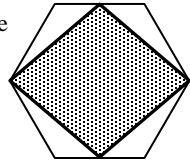
¿Cuál es el factorial más pequeño que es múltiplo de 2^{29} ?

- A) 32! B) 31! C) 30! D) 25! E) 24!

3

El área del rombo inscrito al hexágono regular de la figura es de 24 cm^2 . La del hexágono regular, en cm^2 , es:

- A) 27 B) 30 C) $24\sqrt{3}$ D) 36
E) 48



4

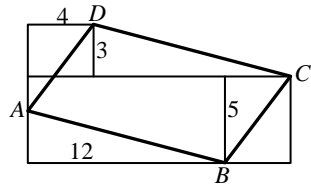
El polinomio de segundo grado en x con coeficientes reales, $ax^2 + bx + a$, verifica que:

- A) Su raíz es doble B) Sus raíces son inversas C) Sus raíces son opuestas
D) Sus dos raíces son reales E) Sus dos raíces son estrictamente complejas

5

El seno de uno de los ángulos del paralelogramo $ABCD$ es:

- A) $\frac{65}{3\sqrt{17} \cdot \sqrt{41}}$ B) $\frac{19}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{41}}$
C) $\frac{24}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{41}}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{56}{65}$



6

La hipérbola, $y = \frac{2x+1}{x-1}$, puede ser escrita en forma implícita mediante la ecuación, $(x-a) \cdot (y-b) = k$. ¿Cuál es el valor de k ?

- A) 1 B) -1 C) 2 D) 3 E) -4

7

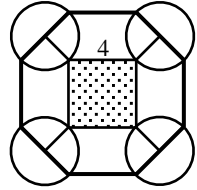
La suma de todos los productos de ocho en ocho de los números del 1 al 9 acaba en:

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

8

El lado del cuadrado central de la figura mide 4 cm. El área, en cm^2 , del octógono regular es:

- A) $32 \cdot (1 + \sqrt{2})$ B) 48 C) $32 \cdot (4 - \sqrt{2})$
 D) $128 \cdot (1 - \sqrt{2})$ E) 64



9

¿Cuál es el dígito de las decenas de $2016^2 - 2016$?

- A) 0 B) 1 C) 4 D) 5 E) 6

10

Los números x e y satisfacen las ecuaciones $x(y + 2) = 100$; $y(x + 2) = 60$. ¿Cuál es el valor de $x - y$?

- A) 60 B) 50 C) 40 D) 30 E) 20

11

María fue a nadar ayer. Cuando había hecho un quinto de la distancia prevista se tomó un descanso. Después de hacer seis largos más había cubierto un cuarto de lo que iba a hacer. ¿Cuántos largos tenía programado hacer?

- A) 40 B) 72 C) 80 D) 100 E) 120

12

En la tienda todos los precios son de la forma $a,99$ €, en donde a es un número entero positivo. Si un día me gasté 65,76 € ¿cuántos artículos compré?

- A) 4 B) 6 C) 14 D) 24 E) Hay varias posibilidades

13

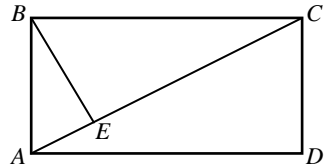
En una lista de cinco enteros la media es 9, la mediana 10 y la moda 11. ¿Cuál es el entero más pequeño que podemos escribir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14

Los lados del rectángulo de la figura son uno el doble que otro. Si BE es perpendicular a la diagonal AC , ¿cuál es el cociente entre el área del triángulo ABE y el área del rectángulo $ABCD$?

- A) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$
 D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{12}$



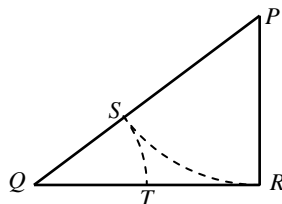
- 15** ¿Para qué enteros n , mayores que 1, se verifica que $4^n - 1$ es un número primo?
- A) Para todos los primos mayores que 4 B) Para todos los impares mayores que 4
 C) Para todos salvo $n = 2$ y $n = 3$ D) Sólo para $n = 15$
 E) Para ninguno

- 16** Un día un estudiante le dijo a Don Retorcido que todos los enteros de la forma $8n + 3$, con n entero positivo, tenían un divisor primo que era también de la forma $8q + 3$, con q entero positivo. Don Retorcido le hizo notar que eso no era verdad mostrándole un contraejemplo. ¿Qué números de estos le mostró?
- A) 19 B) 33 C) 91 D) 99 E) 803

- 17** ¿Cuántos puntos de la circunferencia $x^2 + y^2 = 50$ tienen al menos una de las coordenadas entera?
- A) 16 B) 30 C) 48 D) 60 E) 100

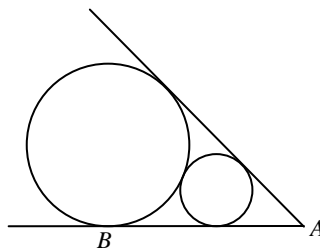
- 18** Dos vértices de un cuadrado son los puntos $(1, 0)$ y $(2, 0)$. ¿Cuál de las siguientes rectas lo divide en dos trozos de igual área?
- A) $2y = x$ B) $3y = x$ C) $3y = 2x$ D) $2y = \sqrt{2}x$ E) $4y - x = 0$

- 19** El triángulo PQR es rectángulo en R . La circunferencia con centro P y radio PR corta a PQ en S y la circunferencia con centro Q y radio QS corta a QR en T . Si T es el punto medio del lado QR , ¿cuál es el cociente entre QS y SP ?



- A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{5}{8}$
 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

- 20** En la figura se observan dos circunferencias de radios 90 y 40, respectivamente, tangentes entre sí y tangentes a dos rectas que se cortan en el punto A . Si B es un punto de tangencia, ¿cuál es la distancia de A a B ?



- A) 216 B) 220 C) 224
 D) 236 E) 240

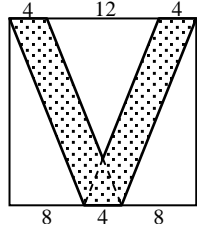
- 21 La solución de la ecuación $5^x - 5^{x-2} = 120\sqrt{5}$ es un número racional $\frac{a}{b}$, irreducible. ¿Cuál es el valor de $a \cdot b$?

A) 2 B) 6 C) 12 D) 14 E) 28

- 22 En el cuadrado de la figura, de lado 20 cm, hemos dibujado esta "V" con las dimensiones que se indican. ¿Cuál es el área, en cm^2 , que ocupa la letra "V"?

A) 136 B) 150 C) 164 D) 188

E) 200



- 23 Si a , b y c son enteros positivos con $abc + ab + ac + bc + a + b + c = 104$, $a^2 + b^2 + c^2$ es igual a:

A) 49 B) 51 C) 54 D) 56 E) 60

- 24 Si $tg x + tg y = 25$ y $ctg x + ctg y = 30$, ¿cuál es el valor de $tg(x + y)$?

A) 100 B) 120 C) 150 D) 180 E) 200

- 25 En el complejo $z = 9 + bi$ en el que $b > 0$, se verifica que las partes imaginarias de z^2 y de z^3 son iguales. ¿Cuál es el valor de b ?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30



**XX CONCURSO DE PRIMAVERA
DE MATEMÁTICAS**

2ª FASE: 23 de abril de 2016

NIVEL I (5º y 6º de Primaria)

¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	1 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
El Corte Inglés
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

- 1** Don Retorcido escribió todos los números de tres cifras que son múltiplos de 5 y la suma de sus cifras es 8. ¿Cuántos números escribió Don Retorcido?
A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12
- 2** Este año hemos aprendido a hacer punto y entre todos hemos hecho una bufanda muy colorida que mide cinco metros. Unos niños hicieron 7 franjas rojas de 15 centímetros cada una; otros niños hicieron 12 franjas verdes de 2 decímetros cada una y los niños más pequeños hicieron 6 franjas moradas de 125 milímetros cada una. La franja central la hizo el profesor de color azul. ¿Cuánto medía la franja que hizo nuestro profe?
- A)** 36,35 dm **B)** 1475 mm **C)** 13 cm **D)** 8 dm **E)** 2,96 m
- 3** Inés tarda una hora y cuarto desde que se levanta hasta que llega al cole. Está en el colegio seis horas y media y, cuando sale, tarda en llegar a su casa cuarenta y cinco minutos. Si llega a su casa a las cinco menos cuarto, ¿a qué hora se levanta Inés?
A) 8:00 **B)** 9:45 **C)** 7:45 **D)** 8:30 **E)** 8:15
- 4** Ana hace abdominales cada cuatro días, baila cada cinco días y juega al tenis cada seis, excepto los días que le coinciden dos o las tres actividades, que las sustituye por salir a correr. Hoy le han coincidido las tres, así que ha salido a correr. ¿Cuántas veces hará abdominales en los próximos cien días?
A) 25 **B)** 20 **C)** 15 **D)** 13 **E)** 12
- 5** Rafa colecciona monedas de diez céntimos y tiene una curiosa forma de ordenarlas: hace el cuadrado más grande posible con ellas y con las que le sobran hace un montoncito. Si tiene en total 26 euros, ¿cuántas monedas habrá en el montoncito?
- A)** 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 10
E) 20
- 6** Luisa es muy olvidadiza y ha pensado que a partir de ahora todas sus contraseñas serán tres letras distintas de su nombre seguidas de dos cifras. Por ejemplo: LSU22 y ASL05 son dos posibles contraseñas. ¿Cuántas contraseñas diferentes hay en total?
- A)** 120 **B)** 500 **C)** 2700 **D)** 6000 **E)** 12 000



7

Si completas esta suma con los números del 1 al 9 sin repetir ninguno, ¿qué tres números pondrás en la columna de las decenas?

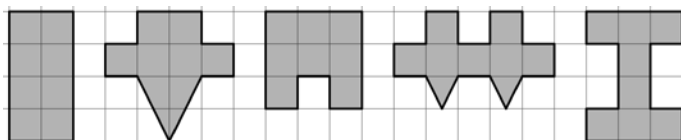
(El 7 ya está puesto).

- A) 2, 6 y 5 B) 5, 6 y 9 C) 2, 8 y 9 D) 2, 3 y 5
E) 4, 8 y 9

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square 7 \\
 + \square \square \square \\
 \hline
 2 \ 1 \ 0 \ 6
 \end{array}$$

8

Estas cinco figuras tienen igual área, pero ¿cuál es la que tiene mayor perímetro?



- A) B) C) D) E)

9

La edición que tengo de El Quijote tiene 1106 páginas. He calculado que cada página tiene unas 1548 letras. ¿Qué número aproxima mejor el número de letras que tiene El Quijote?

- A) 1 500 000 B) 1 550 000 C) 1 600 000 D) 1 650 000 E) 1 700 000

10

Cervantes nació en Alcalá de Henares el 29 de septiembre de 1547 y ayer, viernes 22 de abril, se cumplieron 400 años de su muerte. ¿Cuántos años tenía Miguel de Cervantes cuando murió?

- A) 23 B) 47 C) 68 D) 69
E) 70



11

¿Cuántas vueltas da en tres días la aguja de los minutos de un reloj?

- A) 72 B) 216 C) 720 D) 2160 E) 4320

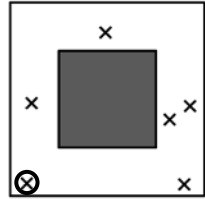
12

He pensado tres números distintos del 1 al 9. Si sumo los tres obtengo como resultado 10. ¿Cuál de estos números no puede ser el resultado de multiplicarlos?

- A) 14 B) 18 C) 20 D) 24 E) 30

13

Seis amigos juegan al escondite en una habitación con una gran columna central. Ana no puede ver a nadie. Dani ve a Emilio y a Bea. Bea puede ver a tres personas. Emilio solo ve a Dani. Carla y Fani son gemelas. ¿Cuál de ellos es el que está en el redondelito?



- A) Bea B) Carla C) Dani D) Emilio
E) Fani

A partir de aquí las respuestas en blanco valen un punto.

14

Si repartiera mis caramelos entre mis compañeros de clase, cada uno tocaría a cuatro y sobrarían dos. También podría repartir mis canicas y, como tengo 26 canicas más que caramelos, cada uno tocaría a cinco y sobrarían siete. ¿Cuál es la suma de las cifras del número de canicas que tengo?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 9 E) 14

15

¿Hansel y Gretel salieron de su casa y fueron tirando una miguita de pan cada medio metro, pero los pajarillos se comieron tres cuartos de las migas y solo quedaron 1200. ¿Cuántos kilómetros recorrieron?

- A) 2,4 B) 1,5 C) 9,6 D) 4,8 E) 4,5

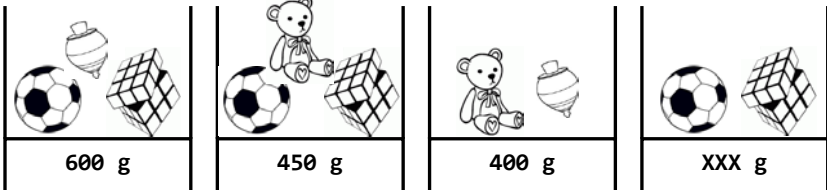
16

Un ratón le dice a un elefante: “Solo tu trompa pesa 5000 veces más que yo”. A lo que el elefante contesta: “Pues sí que eres pequeño. Yo peso 40 veces lo que pesa mi trompa”. Si el elefante pesa 5600 kg, ¿cuántos gramos pesa el ratoncito?

- A) 28 B) 560 C) 140 D) 56 E) 112

17

He puesto en una báscula algunos de mis juguetes, pero la báscula se ha roto en la cuarta pesada. ¿Cuánto marcaría si no se hubiese roto?



- A) 400 B) 425 C) 375 D) 300 E) 325

18

Javier escribió un número de cuatro cifras y Comenúmeros se comió la cifra de las centenas. Si el número no tenía cifras repetidas y la cifra que se comió no era ni la más grande ni la más pequeña y era impar, ¿qué cifra se zampó?

3 8 5

- A) 1 B) 4 C) 5 D) 7 E) 9

19

Irene observa en el laboratorio cómo se reproducen unas bacterias. El primer día había 1000, el segundo día había el doble que el primero, el tercer día había el triple que el segundo y el cuarto había cuatro veces lo que había el tercero. De seguir a ese ritmo, ¿cuántas bacterias dirías que habrá el décimo día?

- A) Menos de sesenta mil B) Cerca de cuatro millones
C) Unas treinta y seis millones D) Trescientos sesenta millones aproximadamente
E) Más de tres mil millones

20

En mi colección de figuras geométricas hay tres círculos azules y dos rojos, dos cuadrados verdes, tres azules y uno rojo, cinco triángulos verdes y cuatro rojos. A Marta no le gustan los círculos ni el color rojo. Si coge una figura sin mirar, ¿qué probabilidad tiene de que le toque algo que no le guste?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{7}{20}$ E) $\frac{13}{20}$

21

Entre Lucía, Julián y Orlando se han comido trece churros y siete porras. Todos comieron piezas enteras y más de una de cada cosa. Orlando comió la misma cantidad de churros que de porras. Julián comió el triple de churros que de porras y Lucía comió la misma cantidad de porras que Julián. ¿Cuántos churros comió Lucía?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) No se puede saber

22

El rectángulo gris tiene 54 cm de perímetro y su base es el doble de su altura. A su lado hemos dibujado un rectángulo y cuatro cuadrados. ¿Cuál es el área del rectángulo formado por esas seis figuras?



- A) 108 cm² B) 252 cm² C) 1008 cm²
D) 148 cm² E) 504 cm²

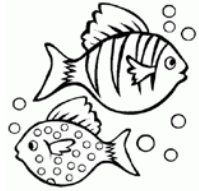
23

Ana, Blas, Cris, Dani y Elia juegan a un juego en el cada uno es ratón o zorro. Los ratones siempre dicen la verdad mientras que los zorros mienten siempre.
 Ana dice que Blas es un ratón. Cris dice que Dani es un zorro.
 Elia dice que Ana no es un zorro. Blas dice que Cris no es un ratón.
 Dani dice que Ana y Elia son animales distintos. ¿Cuántos zorros hay?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

24

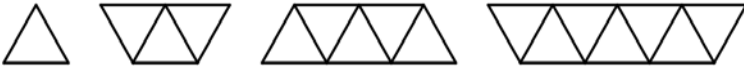
Yo antes tenía quince pececitos bebé y un bote de comida para peces me duraba doce días. Ahora han crecido y comen el doble que antes y, como ya no me caben en la pecera, he regalado cinco a Joaquín. ¿Cuántos días me durará ahora un bote de comida?



- A) 9 B) 12 C) 10 D) 6
 E) 15

25

Juanje construye triángulos con palillos. Primero hizo uno y usó tres palillos, después hizo tres y usó siete palillos, después cinco y usó once palillos...



¿Cuántos palillos necesita para construir la figura que está formada por 101 triángulos?

- A) 253 B) 203 C) 303 D) 304 E) 202



**XX CONCURSO DE PRIMAVERA
DE MATEMÁTICAS**

2ª FASE: 23 de abril de 2016

NIVEL II (1º v 2º de E.S.O.)

¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	1 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
El Corte Inglés
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

- 1** Pancho miente los lunes, miércoles y viernes, y el resto de los días dice la verdad. Un día se encuentra con don Olvidadizo y mantienen este diálogo:
 (Don Olvidadizo) ¿Qué día es hoy Pancho?
 (Pancho) Ay, qué cabeza tiene usted, hoy es lunes.
 (Don Olvidadizo) ¿Y qué día será mañana?
 (Pancho) Pues, ¿qué va a ser?, será jueves.
 ¿Qué día de la semana tuvo lugar esa conversación?
 A) Lunes B) Martes C) Miércoles D) Jueves E) Viernes

- 2** Todos los amigos se fueron juntos a comer y en el restaurante llenaron un montón de mesas de siete. Como estaban muy apretados, la encargada trajo tres mesas más y ahora volvieron a ocuparlas pero mucho más anchos: eran seis por mesa. ¿Cuántos amigos eran?
 A) 84 B) 45 C) 63 D) 168 E) 126

- 3** Cuando Comenúmeros está hambriento no hay quien le pare. Esta vez las víctimas han sido algunos múltiplos de 86, distintos, de tres cifras. Se ha puesto a comer algunas cifras como un loco:

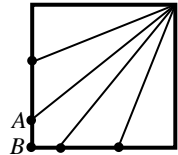


¿Cuánto suman las ocho cifras que ha devorado Comenúmeros?

- A) 38 B) 25 C) 32 D) 28 E) 19
- 4** Para hacer sus manualidades, Delia y Álvaro han cogido dos cuerdas que necesitan cortarlas en trocitos de 20 cm. Cuando Delia divide su cuerda, al final le sobran 14 cm. Si la cuerda de Álvaro tiene triple longitud que la de Delia, ¿cuántos centímetros le sobrarán después de cortarla en trocitos de 20 cm?
 A) 18 B) 6 C) 2 D) 14 E) 12

- 5** Ismael ha dividido un cuadrado de lado 60 cm en cinco partes de igual área y ha hecho un dibujo para que lo entiendas.
 ¿Cuántos centímetros mide el segmento AB ?

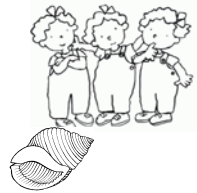
- A) 10 B) 24 C) 15 D) 20 E) 12



- 6** Don Retorcido llama *repedós* a los números de cuatro cifras que tienen exactamente dos cifras iguales. ¿Cuál es la diferencia entre el mayor y el menor *repedós*?
 A) 8885 B) 8985 C) 9975 D) 8787 E) 8997

7

Las tres mellizas han salido a buscar caracolas por la playa. Ana ha reunido 48 conchas, Elena 60 y Teresa 72. Deciden hacer paquetitos, cada una con sus conchas, con igual número de caracolas en cada paquete, para que cada niña reparta sus tesoros. ¿Cuál es el menor número de paquetes que tienen que hacer entre las tres trillizas para empaquetar todas las caracolas?




- A) 30 B) 12 C) 10 D) 15 E) 3

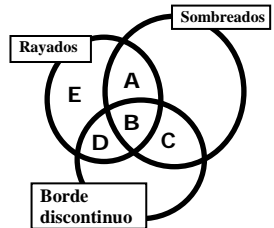
8

Don Pintón elabora sus propios colores para sus cuadros. Tiene muchos botes iguales de tres colores distintos: blanco, amarillo y rojo. Elige tres botes al azar y los mezcla. ¿Con esta técnica, cuántos colores distintos puede obtener don Pintón?

- A) 8 B) 10 C) 18 D) 6 E) 27

9

Observa el diagrama que te mostramos.  ¿En qué región debemos colocar a este triángulo?



- A) A B) B C) C D) D
E) E

10

Don Retorcido es peculiar: lee y monta en bicicleta a la vez. Y además tiene tiempo para inventarse otro problema:

Si letras diferentes representan cifras diferentes, ¿cuánto vale la letra **D** en esta multiplicación?

$$\begin{array}{r}
 \text{L E E} \\
 \times \text{L E E} \\
 \hline
 \text{P E D A L}
 \end{array}$$

- A) 4 B) 3 C) 6 D) 5
E) 8

11


En mi rectángulo, el doble de la base es igual a la mitad del triple de la altura. Si el perímetro mide 84 cm, ¿cuántos cm^2 mide su área?

- A) 441 B) 405 C) 440 D) 432 E) 360

12

Comenúmeros lo ha vuelto a hacer. Se encontró una tabla de sumar formada por quince enteros positivos, todos ellos diferentes, y zas, empezó a devorarlos. Yo solo recuerdo que el mayor número era 21.

Cuando ya iba a reventar se quedó en la casilla que ves a echarse la siesta. ¿Cuál fue el último número que se zampó Comenúmeros?

+			
	8	12	
	10		
	13		

- A) 15 B) 21 C) 19 D) 18 E) 20

13

Al multiplicar por cuatro, NOTAR se dio la vuelta y se convirtió en RATÓN. Si letras diferentes representan cifras diferentes, ¿cuánto suma un **R+A+T+O**?

- A) 25 B) 12 C) 19 D) 27 E) 22

A partir de aquí las respuestas en blanco valen un punto.

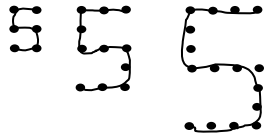
14

Ha habido otra gran fiesta de diez números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9. Han formado cinco parejas para bailar y fíjate, han sumado los dos números de cada pareja y han resultado cinco números primos diferentes. Si el 1 y el 4 siempre bailan juntos, ¿cuál de estas parejas sí se ha formado?

- A) 2 y 5 B) 2 y 3 C) 3 y 8 D) 0 y 7 E) 5 y 6

15

A Isa no se le dan nada bien los números CINCO y por eso, su madre le ha hecho una plantilla con puntos para que aprenda a escribirlos. Aquí tienes los tres primeros CINCOS de Isa que, como ves, van creciendo cada vez más. ¿Cuántos puntitos tendrá el CINCO que ocupa el lugar 55?



- A) 330 B) 276 C) 281 D) 165 E) 550

16

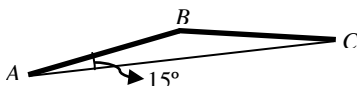
Si se dibuja en una hoja una circunferencia y un cuadrado, ¿cuál es el máximo número de puntos de la circunferencia que pueden estar en los lados del cuadrado?

- A) Uno B) Cuatro C) Ocho D) Dieciséis E) Infinitos

- 17** Si aumento los lados de un cuadrado en un cierto porcentaje, su área aumenta un 96%. ¿En qué porcentaje hubiera disminuido su área si en vez de alargar los lados, los acorto en dicho porcentaje?

A) 4% B) 64% C) 96% D) 48% E) 36%

- 18** AB y BC son dos lados consecutivos de un polígono regular que, para chincharos un poco, no hemos querido terminar de dibujar. A cambio os damos el valor de un ángulo y debéis averiguar cuántos lados tiene nuestro polígono.

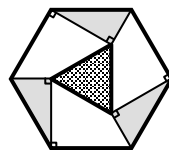


A) Ocho B) Nueve C) Diez D) Once E) Doce

- 19** ¿Cuántas cifras tiene el número $8^{672} \times 25^{1008}$?

A) 2016 B) 2017 C) 1680 D) 1683 E) 1000

- 20** Ayudándonos de algunas perpendiculares hemos dibujado un triángulo en el interior de un hexágono regular. Si el área del hexágono es 120 cm^2 , ¿cuál es el área, en cm^2 , del triángulo central?

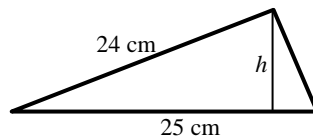


A) 20 B) 12 C) 10 D) 15
E) 24

- 21** Cuatro ardillas han encontrado un saco lleno de piñones. La primera se comió tres cuartos del total; la segunda tres cuartos de lo que quedó; la tercera tres cuartos de lo que quedó. La cuarta dijo: *A mí me tocaron los últimos tres piñones que quedaban, ¡qué ricos me supieron!* ¿Cuántos piñones había al principio en el saco?

A) 432 B) 240 C) 144 D) 324 E) 192

- 22** La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 25 cm y el cateto mayor, 24 cm. ¿Cuántos centímetros mide la altura h que cae sobre la hipotenusa?



A) 5,25 B) 6,12 C) 6,72
D) 6 E) 6,24

23

Cinco amapolas se dan besos entre sí. Ja, Ka y Li dieron besos a dos amigas; Oh y Uh solo dieron un beso a una amiga; Oh y Li se dieron un beso. ¿Qué beso de los siguientes es seguro que no se produjo?

- A) Ja – Ka B) Ka – Li C) Li – Uh D) Ja – Li E) Ja – Uh

24

Mari Carmen se jubila este curso y sus alumnos han decidido hacerle un bonito regalo: pentágonos y hexágonos. Se ha puesto muy contenta y en total ha contado 282 lados y 49 figuras. Si los que regalaron hexágonos hubieran regalado pentágonos y los que regalaron pentágonos hubiesen regalado hexágonos, ¿cuántos lados habría en total?

- A) 282 B) 270 C) 257 D) 331 E) 260

25

Don Retorcido solo comete errores cada cien mil millones de segundos. ¿Cuál de estas opciones se acerca más a ese tiempo?

- A) 300 años B) 30 años C) 3000 siglos D) 3000 días E) 3000 años



**XX CONCURSO DE PRIMAVERA
DE MATEMÁTICAS**

2ª FASE: 23 de abril de 2016

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.)

¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	1 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática

Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

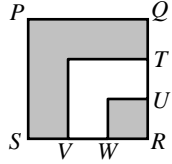
El Corte Inglés

Grupo ANAYA

Grupo SM

Smartick

- 1 En el cuadrado $PQRS$ de lado 3, los puntos T , U , V y W dividen a cada lado en partes iguales. Si todos los ángulos que aparecen en la figura son rectos, ¿cuál es el cociente entre el área de la superficie sombreada y el área de la superficie en blanco?



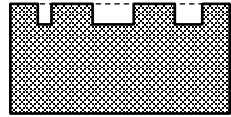
- A) 2 B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 3

- 2 En el cuadrado mágico de la figura, la suma de cada fila, cada columna y cada diagonal es la misma. ¿Cuál es el valor de $a + b + c$?

a	13	b
19	c	11
12	d	16

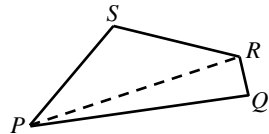
- A) 46 B) 47 C) 49 D) 50 E) 54

- 3 De una pieza rectangular de metal, de dimensiones 80×40 , cortamos tres pequeños rectángulos, todos de la misma altura y bases 5, 15 y 10 como se observa en la figura. Si el área de la pieza resultante es 2990, ¿cuál es la altura de estos rectángulos?



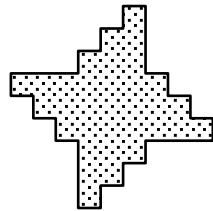
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

- 4 La diagonal PR del cuadrilátero $PQRS$ divide a éste en dos triángulos isósceles en los que $PS = RS$ y $PQ = PR$. Si el perímetro de cada uno de los triángulos es 22 y el del cuadrilátero 24, ¿cuánto mide el lado PS ?



- A) 6 B) 6,5 C) 7 D) 7,5 E) 8

- 5 Todos los ángulos de la figura son rectos, los cuatro lados mayores son de la misma longitud y todos los demás, más pequeños, también son iguales. Si el área de la figura es 528, ¿cuál es su perímetro?

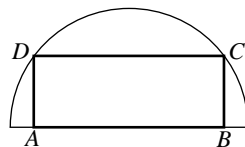


- A) 72 B) 92 C) 132 D) 144
E) 264

- 6** Si $\left(\frac{a}{c} + \frac{a}{b} + 1\right) : \left(\frac{b}{a} + \frac{b}{c} + 1\right) = 11$ con a, b y c enteros positivos, ¿cuántas ternas (a, b, c) verifican que $a + 2b + c \leq 40$?
- A) 33 B) 37 C) 40 D) 42 E) 45

- 7** ¿Para cuántos enteros n se verifica que $72 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n$ es un entero?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 8** El rectángulo $ABCD$ está inscrito en un semicírculo. Si la longitud del diámetro es 20 y la del lado AB es 16, ¿cuál es la longitud del lado AD ?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



- 9** Los puntos $A(-1, q)$ y $B(-3, r)$ pertenecen a una recta paralela a la de ecuación $3x - 2y + 1 = 0$. ¿Cuál es el valor de $r - q$?
- A) 3 B) $\frac{4}{3}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) -3

- 10** Si un triángulo equilátero tiene el mismo perímetro que un hexágono regular, ¿cuál es el cociente entre el área del triángulo y el área del hexágono?
- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{4}{9}$

- 11** La media de tres números es 7 unidades mayor que el pequeño y 9 unidades menor que el mayor. Si la mediana de los tres es 6, ¿cuál es su suma?
- A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 48

- 12** Todas las reservas de petróleo de Alaska durarían 35 años si sólo las consumiera EEUU. Si también las consumiera China durarían solamente 10 años. ¿Cuántos años durarían si sólo las consumiera China?
- A) 13 B) 14 C) 18 D) 22 E) 25

- 13** Si $|u - 10| = v$ y $u < 10$, ¿cuál es el valor de $u - v$?
- A) $10 - 2v$ B) $10 + 2v$ C) $10 - 2u$ D) 10 E) $|u - 10| - u$

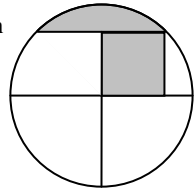
A partir de aquí las respuestas en blanco valen un punto.

- 14** ¿Cuál de las siguientes gráficas no corta al eje de ordenadas, OY ?
- A) $x^2 + y^2 = 2xy$ B) $|y| + 4 = |x|$ C) $\sqrt{x} = 6 - \sqrt{y}$
 D) $8^x + 8^y - 65 = 0$ E) $\frac{x}{10} - \frac{10}{y} = \frac{x+10}{6}$
- 15** Si A y B son enteros positivos con $A < B$, ¿qué fracción es la mayor?
- A) $\frac{A-1}{B-1}$ B) $\frac{A^2-1}{B^2-1}$ C) $\frac{A^3-1}{B^3-1}$ D) $\frac{A+1}{B+1}$ E) Depende de A y B

- 16** Si los cuatro enteros C , D , $C + D$ y $C - D$ son números primos, su suma tiene que ser:
- A) múltiplo de 2 B) múltiplo de 3 C) múltiplo de 5
 D) múltiplo de 7 E) un número primo

- 17** La zona sombreada está formada por un cuadrado y un segmento circular. Si el radio de la circunferencia mide 4, el área A de la zona sombreada verifica:

- A) $12,5 < A < 12,6$ B) $A = \pi\sqrt{12}$ C) $A = \pi^2$
 D) $A > 12,6$ E) $A = 3(\pi + \sqrt{2})$



- 18** Juanje escoge al azar tres números del conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$ y María Jesús uno del conjunto $\{2, 4, 6, 8, 10\}$. ¿Cuál es la probabilidad de que el número que escoge María Jesús sea mayor que la suma de los tres que escogió Juanje?

- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{2}{3}$

- 19** En una circunferencia de radio $r = \frac{5}{\sqrt{2}}$ inscribimos un triángulo rectángulo. Si las longitudes de los catetos vienen dadas por enteros diferentes, ¿cuál es el producto de estas longitudes?

A) 33 B) 32 C) 30 D) 27 E) 7

- 20** ¿Cuántos puntos de la recta determinada por $P(3, 5)$ y $Q(19, 45)$ están entre P y Q y tienen coordenadas enteras?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

- 21** ¿Cuántos enteros entre 3 y 89 no pueden escribirse como suma de exactamente dos elementos del conjunto $\{1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55\}$?

A) 34 B) 43 C) 51 D) 55 E) 57

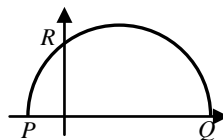
- 22** La media de una lista de tres impares consecutivos es 7. Si añadimos otro entero positivo m a la lista, distinto de los tres, la media de la nueva lista también es un entero. ¿Cuál es la suma de los tres menores valores de m que podemos añadir?

A) 6 B) 9 C) 21 D) 29 E) 33

- 23** En la figura adjunta los puntos $P(-4, 0)$ y $Q(16, 0)$ son los extremos del diámetro de una semicircunferencia. Si el punto $R(0, t)$ también pertenece a la semicircunferencia, t es:

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

E) 10



- 24** ¿Cuál es la probabilidad de que un número de 10 cifras contenga los 10 dígitos?

A) $\frac{9 \cdot 9!}{10^{10}}$ B) $\frac{10! - 9!}{10^9 - 1}$ C) $\frac{9!}{9 \cdot 10^9}$ D) $\frac{10! - 9!}{10^{10} - 1}$ E) $\frac{9!}{10^9}$

- 25** Nuestro asiduo profesor, además de Retorcido es un poco presumido; al preguntarle su edad salió con este acertijo:

“El número de años que cumplí ayer es un primo de dos cifras. Si le sumo los que tiene mi hijo obtengo otro número primo, pero si se los resto obtengo un múltiplo de 3 y de 11. Si sumo las cifras de mi edad con las cifras de la edad de mi hijo obtengo 8”

¿Cuánto suman las cifras de la edad de don Retorcido?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



**XX CONCURSO DE PRIMAVERA
DE MATEMÁTICAS**

2ª FASE: 23 de abril de 2016

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	1 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
El Corte Inglés
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

1

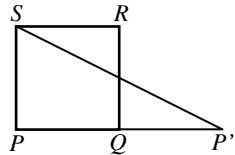
En una asociación benéfica formada por padres, profesores y alumnos de un centro, el 25% del dinero donado proviene de los padres. El resto lo donan entre profesores y alumnos. El cociente entre el dinero donado por los profesores y el donado por los alumnos es $\frac{2}{3}$. ¿Cuál es el cociente entre el dinero donado por los padres y el dinero donado por los alumnos?

- A) $\frac{20}{9}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{12}$

2

$PQRS$ es un cuadrado y P' es el punto simétrico de P respecto de Q . Si la longitud de SP' es 90 mm, ¿cuál es, en mm^2 , el área del cuadrado $PQRS$?

- A) 324 B) 1620 C) 1800 D) 2025
E) 2700



3

¿Cuál es el producto de las soluciones de la siguiente ecuación?

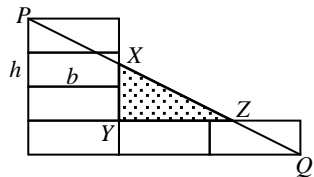
$$(x-4)(x-2) + (x-2)(x-6) = 0$$

- A) 12 B) 20 C) 48 D) 10 E) 96

4

Seis rectángulos idénticos, de base b y altura h , están colocados como muestra la figura. El segmento PQ intercepta a un lado vertical de uno de ellos en X y a un lado horizontal de otro en Z . Si en el triángulo rectángulo XYZ se verifica que $YZ = 2 \cdot XY$, entonces $\frac{h}{b}$ es igual a:

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{4}$



5

¿Cuántas parejas de enteros positivos (p, q) con $p + q \leq 100$ verifican la ecuación

$$\frac{p+q^{-1}}{p^{-1}+q} = 17?$$

- A) Ninguna B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

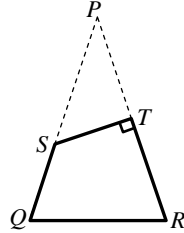
6

Si $30^A = 6$, $30^B = 10$ y $30^C = 15$ ¿Cuál es la media de A , B y C ?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

- 7 Tres vértices de un paralelogramo son los puntos $O(0, 0)$, $A(1, 4)$ y $B(4, 1)$. ¿Cuál es el área del paralelogramo?
- A) 12 B) 15 C) 16 D) 17 E) 19

- 8 En el triángulo isósceles PQR de la figura, $PQ = PR$ y $QR = 300$. Sobre el lado PR se toma un punto T y sobre el PQ otro punto S de manera que ST es perpendicular a PR y $ST = 120$. Si $TR = 271$, $QS = 221$, ¿cuál es el área del cuadrilátero $STRQ$?
- A) 21 275 B) 40 605 C) 46 860 D) 54 000
E) 54 603



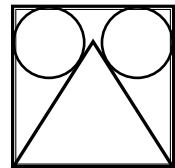
- 9 ¿Cuántos enteros, a , verifican que $a^{2015} + a^{2016}$ es múltiplo de 5, con $1 \leq a \leq 10$?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 10 Las ordenadas en el origen de tres rectas paralelas son 2, 3 y 4. La suma de las abscisas de los puntos de corte de las rectas con el eje OX es -36 . ¿Cuál es la pendiente de estas rectas?
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) 4 E) $\frac{1}{4}$

- 11 Hay dos valores de k para los que la ecuación $x^2 + 2kx + 7k - 10 = 0$ tiene una sola raíz real. La suma de estos valores de k es:
- A) 0 B) -3 C) 3 D) -7 E) 7

- 12 Si $\cos 60^\circ = \cos 45^\circ \cdot \cos \alpha$ con $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, entonces α es igual a:
- A) 15° B) $22,5^\circ$ C) 30° D) 45° E) 60°

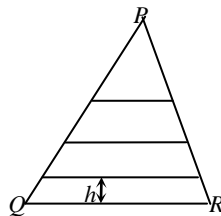
- 13 La primera imagen de don Retorcido es una caricatura que le hicieron hace 20 años (cuando comenzaron los Concursos de Primavera). Está enmarcada en un cuadrado de 6 dm de lado, la nariz es un triángulo equilátero y cada lente, circular, es tangente a dos lados del marco y a un lado de la nariz. ¿Cuánto mide el radio, en dm, del círculo que representa cada lente?



- A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$ D) $3 - \sqrt{3}$ E) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

A partir de aquí las respuestas en blanco valen un punto.

- 14** En el triángulo isósceles PQR de la figura, en el que $QP = 150$ y $PR = QR = 125$, hay tres segmentos paralelos a QR que lo dividen en cuatro regiones de igual área. La altura h del trapecio inferior es:



- A) $60(2\sqrt{3} - 3)$ B) $60(2 - \sqrt{3})$
 C) $60(\sqrt{2} - 1)$ D) $60(3 - 2\sqrt{2})$ E) 16
- 15** Los tres números reales a , b y c están, en ese orden, en progresión geométrica. Si su suma es 114 y su producto 46 656, ¿cuál es el valor de $a + c$?
- A) 78 B) 76 C) 54 D) 36 E) 24
- 16** Si $x^2 = 8x + y$ e $y^2 = 8y + x$ con $x \neq y$, el valor de $x^2 + y^2$ es:
- A) 9 B) 49 C) 63 D) 21 E) 56
- 17** ¿Cuántos enteros hay entre 10 y 1000 que verifican que la suma de sus cifras es 3?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
- 18** En el dibujo que observas, p , q , r , s y t representan cinco enteros consecutivos, no necesariamente en ese orden. Los dos enteros del círculo de la izquierda suman 63 y los del círculo de la derecha suman 57. ¿Cuál es r ?
-
- A) 20 B) 24 C) 28 D) 30 E) 32
- 19** Hay dos formas de elegir seis números diferentes de la lista 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, de forma que el producto de estos seis números sea un cuadrado perfecto. Si estos cuadrados son m^2 y n^2 con m y n positivos y $m \neq n$, ¿cuál es el valor de $m + n$?
- A) 108 B) 91 C) 61 D) 56 E) 144
- 20** Los enteros 789 y 998 no tienen otras cifras que no sean 7, 8 o 9. ¿Cuántos enteros de tres cifras no tienen cifras distintas a 7, 8 o 9?
- A) 6 B) 9 C) 18 D) 36 E) 27

21 Los vértices del triángulo ABC son los puntos de intersección de las rectas $r: x = 13$, $s: y = 0$, $t: y = \sqrt{3}(x - 1)$. Si la bisectriz interior del ángulo que forman las rectas s y t corta a la recta r en un punto D , ¿cuál es la ordenada de este punto?

- A) $4 + \sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{12}{\sqrt{3}}$ E) $6\sqrt{3}$

22 Alicia y Bea juegan con una moneda equilibrada lanzando la moneda una vez cada una hasta un máximo de tres lanzamientos cada una. Empieza Alicia y gana la primera que consiga una cara. Si ninguna obtiene cara hay empate. ¿Cuál es la probabilidad de que gane Alicia?

- A) $\frac{21}{32}$ B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{11}{16}$ E) $\frac{9}{16}$

23 Si a , b y c son enteros diferentes que verifican las condiciones:

- $a \cdot b \cdot c = 17\,955$
- a , b y c están en progresión aritmética (en ese orden)
- $3a + b$, $3b + c$ y $3c + a$ están en progresión geométrica (en ese orden)

¿Cuál es el valor de $a + b + c$?

- A) -63 B) -42 C) -682 D) -48 E) -106

24 ¿Cuántos pares de enteros, (x, y) con $0 \leq x \leq y$ verifican la ecuación $5x^2 - 4xy + 2x + y^2 = 624$?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

25 Marta tiene ocho sobres numerados del 1 al 8 y ocho tarjetas, numeradas también del 1 al 8. ¿De cuántas formas puede distribuir las tarjetas, una en cada sobre, de forma que ninguna de las tarjetas 1, 2 y 3 esté en el sobre con su misma numeración?

- A) 27 240 B) 29 160 C) 27 360 D) 27 600 E) 25 200

XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS
TABLA DE SOLUCIONES (1ª Fase)

Nivel I		Nivel II		Nivel III		Nivel IV	
1	C	1	B	1	D	1	D
2	C	2	C	2	C	2	A
3	A	3	A	3	D	3	D
4	C	4	C	4	E	4	B
5	E	5	B	5	C	5	C
6	A	6	E	6	A	6	D
7	D	7	E	7	C	7	D
8	E	8	D	8	A	8	A
9	B	9	A	9	A	9	C
10	B	10	A	10	C	10	E
11	B	11	A	11	E	11	E
12	A	12	B	12	E	12	D
13	D	13	B	13	D	13	B
14	C	14	E	14	C	14	D
15	A	15	A	15	E	15	E
16	E	16	B	16	D	16	C
17	A	17	B	17	C	17	C
18	D	18	A	18	D	18	B
19	B	19	B	19	E	19	E
20	A	20	C	20	D	20	A
21	C	21	A	21	C	21	D
22	D	22	A	22	B	22	B
23	C	23	A	23	A	23	D
24	E	24	B	24	B	24	C
25	A	25	C	25	B	25	B

XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS
TABLA DE SOLUCIONES (2ª Fase)

Nivel I		Nivel II		Nivel III		Nivel IV	
1	D	1	E	1	A	1	C
2	D	2	E	2	B	2	B
3	E	3	A	3	D	3	D
4	D	4	C	4	A	4	C
5	C	5	E	5	D	5	E
6	D	6	B	6	D	6	C
7	C	7	D	7	E	7	B
8	D	8	B	8	A	8	C
9	E	9	A	9	E	9	C
10	C	10	C	10	A	10	E
11	A	11	D	11	A	11	E
12	D	12	D	12	B	12	D
13	C	13	A	13	A	13	D
14	B	14	A	14	B	14	B
15	A	15	B	15	D	15	A
16	A	16	C	16	E	16	C
17	E	17	B	17	A	17	D
18	D	18	E	18	C	18	D
19	E	19	B	19	E	19	A
20	A	20	D	20	C	20	E
21	C	21	E	21	C	21	D
22	B	22	C	22	D	22	A
23	D	23	C	23	C	23	A
24	A	24	C	24	E	24	E
25	B	25	E	25	D	25	A

XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 1ª Fase Nivel I

1. (C) Realizamos las operaciones y comparamos los resultados

A) $20 \times 1,6 = 32$

B) $(20 - 1) \times 6 = 114$

C) $20 \times (1 + 6) = 140$

D) $20,1 \times 6 = 120,6$

E) $20 + 16 = 36$

Con la operación C se obtiene el número mayor.

2. (C) Mediante el análisis de la siguiente tabla se puede observar que el número de partes que se hacen a un círculo trazando diámetros, es igual al doble del número de diámetros que se tracen en él.

Nº de diámetros	1	2	3	4	5	...	2016
Nº de partes	2	4	6	8	10	...	4032

El círculo ha quedado dividido en 4032 gajos.

3. (A) El perímetro del triángulo equilátero es igual a multiplicar la longitud de un lado por tres. Como los cinco lados del pentágono obtenido tienen la misma longitud; por tanto, el lado del triángulo se calcula dividiendo el perímetro del pentágono entre cinco.

Longitud de un lado: $40 \text{ cm} : 5 = 8 \text{ cm}$

Perímetro triángulo: $8 \text{ cm} \times 3 = 24 \text{ cm}$

El perímetro del triángulo equilátero es 24 cm

4. (C) La operación $60 \times 24 \times 365 \times 2$ representa los minutos (C) que hay en dos años

$365 =$ número de días del año

$24 =$ número de horas de un día

$60 =$ número de minutos de una hora

$365 \times 24 + 60 = 525 600$ es el número de minutos que hay en un año

$525 600 \times 2 = 1 051 200$ minutos que hay en dos años.

5. (E) Las lombrices recorren el reloj en sentido contrario a la de las agujas.

- Pepa se ha detenido entre las 11 y las 12 horas, más cerca de las once.

- Pepe se ha detenido en las doce.

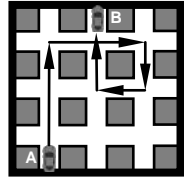
- Pepi se ha detenido entre las seis y las siete, más cerca de las siete.

- Pepo se ha detenido en las seis.

- Pepu se encuentra en las siete horas.

Pepu (E) es la lombriz que se ha detenido más cerca de las ocho.

6. (A) Como mínimo tiene que realizar cuatro giros a su derecha. En el esquema se indica el recorrido que tiene que hacer.



7. (D) Hay trece múltiplos de 15 menores que 200 (15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180 y 195), si eliminamos siete quedan seis, $13 - 7 = 6$.

8. (E) Para calcular el número de formas en las que puede despedirse aplicamos el cálculo de variaciones con repetición: $4^3 = 64$
Cornelia se puede despedir de 64 formas.

El desarrollo de este problema, para los escolares de Primaria, se puede hacer mediante un diagrama de árbol. Es decir, el primer emoticón lo puede elegir de cuatro formas. Una vez hecho esto, para cada una de esas formas puede elegir el segundo emoticón de cuatro formas distintas, con lo que tenemos $4 \times 4 = 16$ formas de poner los dos primeros emoticones. Finalmente para cada una de esas 16 formas puede elegir el tercer emoticón de cuatro formas distintas con lo que tenemos $16 \times 4 = 64$ formas distintas de despedirse.

9. (B) *Deshaciendo* las operaciones, es decir, haciéndolas en orden inverso, tenemos:

$$15 + 5 = 20; \quad 20 \times 4 = 80; \quad 80 - 2 = 78; \quad 78 : 3 = 26$$

El número de partida es 26.

- 10.(B) Expresamos las cantidades en la misma unidad de medida:

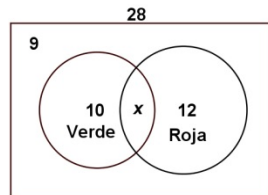
Como 2 kg son 2000 g se han desechado $2000 - 1500 = 500$ g.

Por lo tanto la fracción desechada es: $\frac{500}{2000} = \frac{1}{4}$

- 11.(B) En el esquema adjunto “ x ” representa el número de alumnos con dos pegatinas, una verde y otra roja. Con ayuda del mismo es fácil ver que el número de alumnos con alguna pegatina es $(10 + 12 - x)$ y como el número de escolares sin pegatina es 9, tenemos:

$$(10 + 12 - x) + 9 = 28, \text{ es decir, } 31 - x = 28.$$

Por lo tanto $x = 3$.



- 12.(A)** Como la pajarita grande es dos veces mayor, en dimensiones lineales, que su semejante pequeña, su área será cuatro veces mayor ($2^2 = 4$) que la de la pequeña. Por tanto el área de la pajarita pequeña es igual a la cuarta parte del área de la pajarita grande:
 $72 \text{ cm}^2 : 4 = 18 \text{ cm}^2$.

- 13.(D)** Como 4 de los alumnos no quisieron cromos entonces sobraron $4 \times 25 + 8 = 108$. Al repartirse estos cromos entre los restantes alumnos tocaron a 3, es decir, los restantes alumnos eran $108 : 3 = 36$. Se puede concluir que el número de alumnos de 5º y 6º era 40, que el número de cromos que regaló la editorial: $40 \times 25 + 8 = 1008$ y que el número de alumnos que cogieron cromos 36.

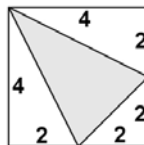
- 14.(C)** Hallar las soluciones a estas actividades exige numerosas hipótesis, deducciones y numerosos cálculos escritos y mentales. Para su resolución se sugiere aplicar la estrategia de ensayo y error.

Es evidente que A solo puede ser 1 ó 2 porque 3A más las que te llevas solo tiene una cifra. Como 3B más las que te llevas acaba en B, B solamente podría ser, 4 ó 9, pero si B = 9, C = 3 y no te llevas nada en la primera suma. Por lo tanto B solamente puede ser 4.

Ahora ya si se quiere se puede completar la suma.

$$\begin{array}{r} 1 \ 4 \ 8 \\ 1 \ 4 \ 8 \\ + 1 \ 4 \ 8 \\ \hline 4 \ 4 \ 4 \end{array}$$

- 15.(A)** Este es uno de los cuatro dibujos que podría haber realizado Elisa. El área del triángulo dibujado se calcula hallando la diferencia del área del cuadrado menos el área de los tres triángulos que le bordean. El área del cuadrado es: $4 \text{ m} \times 4 \text{ m} = 16 \text{ m}^2$. La suma de las áreas de los triángulos es $4 \text{ m}^2 + 4 \text{ m}^2 + 2 \text{ m}^2 = 10 \text{ m}^2$. El área del triángulo es igual a $16 \text{ m}^2 - 10 \text{ m}^2 = 6 \text{ m}^2$.



- 16.(E)** Por cada vuelta de la rueda la bicicleta avanza 1,8 metros. En 4,5 km que son 4500 m habrá dado $4500 : 1,8 = 2500$ vueltas.
- 17.(A)** Cuando nació Ainhoa la edad del padre era el triple de la edad que tiene hoy Ainhoa, es decir, $9 \times 3 = 27$ años. Al cabo de 9 años la edad del padre es $27 + 9 = 36$ años. Es lo mismo que decir que la edad del padre hoy es igual a cuatro veces la edad de la niña. Por lo tanto el padre de Ainhoa tiene 36 años.

18. (D) Para obtener la solución seguimos las afirmaciones de los patos, a la vez que cumplimentamos esta tabla de doble entrada:

El primer **SI** es el que corresponde a Pito que vive en Niss. Al decir Pato que no se iría a vivir ni a Ness ni a Nass deberá vivir en Niss o en Noss, pero como Pito vive en Niss él debe vivir en Noss. Poto no puede vivir en Nass porque se está enamorando de la que vive en Nass, luego vive en Ness y ya está todo completo.

	Nass	Ness	Niss	Noss
Pito	no	no	SI	no
Poto	no	SI	no	no
Pato	no	no	no	SI
Peto	SI	no	no	no

La afirmación correcta es (D): Pato vive en Noss.

19. (B) La suma de los tres sumandos dados en el enunciado equivale a dos veces la suma de las edades de los tres hermanos: $9 + 11 + 12 = 32$.

La suma de las edades es igual a 16 y las edades de cada uno de ellos se obtienen restando a 16 la suma de cada pareja. $16 - 9 = 7$; $16 - 11 = 5$; $16 - 12 = 4$.

Las edades de los tres hermanos son: 7, 5 y 4 años. El mediano tiene 5 años.

20. (A) Los cubos con solo dos caras coloreadas están situados en las aristas del cubo. En cada arista hay seis cubos, dos de ellos, los que forman los vértices, tienen tres caras a la vista; por tanto, solo cuatro cubos en cada arista tienen dos caras coloreadas.

$12 \text{ aristas} \times 4 \text{ cubos/arista} = 48 \text{ cubos}$.

21. (C) Resolvemos las operaciones:

A) $5 \times (7,5 + 0,4) = 39,5$

B) $12 \times (0,6 + 5,4) = 7,2$

C) $0,7 \times (3,2 + 6,8) = 7$

D) $9,1 \times (1,3 + 2,3) = 32,76$

E) $5,3 \times (3,5 + 1,5) = 26,5$

La operación C es la única cuyo resultado no tiene decimales.

22. (D) La probabilidad de *sacar bola roja* en cada uno de los casos, añadiendo las bolas que se indican es:

A) $\frac{7}{24}$; B) $\frac{5}{22}$; C) $\frac{9}{24}$; D) $\frac{8}{24}$; E) $\frac{7}{24}$

La opción de sacar un tercio es $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ la letra D.

- 23.(C)** El período corresponde a la frase NOHABLARÉENCLASE que tiene 16 letras
 Dividimos 999 entre 16
 $999 : 16 = 62$ y resto 7
 Conclusión, hay 62 veces el periodo (la frase) y luego las 7 primeras letras.
 La letra que hace el número 7 es la última que escribió Jaimito.
 Corresponde a la letra A.
- 24.(E)** Designemos con P al peso de cada pelota, con p al de cada peonza y con y al de cada yoyó.
 Cinco pelotas pesan lo mismo que una peonza más un yoyó. ($5P = p + y$); por lo tanto una pelota pesa lo mismo que cinco pelotas menos un yoyó. ($p = 5P - y$)
 Una peonza pesa lo mismo que dos pelotas y un yoyó. ($p = 2P + y$)
 Ahora ya podemos escribir que $2p = p + p = (5P - y) + (2P + y) = 7P$, es decir, dos peonzas pesan lo mismo que siete pelotas ($2p = 7P$).
- 25.(A)** Primero, buscamos las cifras que ha comido Comenúmeros en la resta mediante tanteos; después, sumamos las cifras.

$$\begin{array}{r}
 \square \quad 5 \quad 4 \quad 1 \\
 - \quad 3 \quad \square \quad 2 \quad \square \\
 \hline
 4 \quad 5 \quad \square \quad 2
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 \square \quad 7 \quad 5 \quad 4 \quad 1 \\
 - \quad 3 \quad \square \quad 0 \quad 2 \quad \square \\
 \hline
 4 \quad 5 \quad \square \quad 1 \quad 2
 \end{array}$$

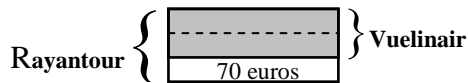
$$7 + 0 + 9 + 1 = 17$$

La suma de las cifras que se ha comido Comenúmeros es 17.

XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 1ª Fase Nivel II

1. (B) Llamado x al número podemos conseguir una ecuación si escribimos las operaciones que hemos realizado con él (atención a los paréntesis) e igualamos el resultado final al propio número: $(4x + 2) : 3 - 5 = x$.
Resolvemos poco a poco la ecuación:
 $(4x + 2) : 3 = x + 5$; $4x + 2 = 3 \cdot (x + 5)$; $4x + 2 = 3x + 15$; $x = 13$
y comprobamos que, efectivamente 13 cumple el enunciado.
2. (C) Como no hay muchas posibilidades, vamos a considerar los valores posibles que puede tener P y descartando los que no nos sirven:
Si P tuviera el 1, M tendría el 2 que es primo. Esto no puede ser pues R es la única que tiene un número primo. Además, entre 1 y 2 no nos cabrían R e I.
P no puede tener ni el 2 ni el 3 pues R es la única que tiene un primo.
Si P tuviera el 4, M tendría el 8, R el 5, I el 6 (pues 7 es primo) y A el 9.
P no puede tener un número mayor que 4 pues M sería mayor que 9.
Así pues, la suma de las cifras es $4 + 5 + 6 + 8 + 9 = 32$.
3. (A) Para resolver este problema hay que ser sistemático. Una forma es ir cambiando los números de atrás hacia adelante:
 $\{1, 2, 3, 9\}$; $\{1, 2, 4, 8\}$; $\{1, 2, 5, 7\}$ Ya no hay más con 1, 2.
 $\{1, 3, 4, 7\}$; $\{1, 3, 5, 6\}$; Ya no hay más con 1, 3.
Con 1, 4 no hay ninguna y, por tanto, ya no hay más que contengan un 1.
 $\{2, 3, 4, 6\}$ Ya no hay más con 2, 3 y esta es la última que se puede formar.
Hemos encontrado 6 cuartetos y, por la forma de buscarlos podemos estar seguros de que no hay más.
4. (C) El rectángulo representa el precio del billete más caro. Esta sencilla representación nos ayuda a resolver el problema sin hacer prácticamente ningún cálculo.
El precio del billete caro es, pues, $70 \cdot 3 = 210$ euros.

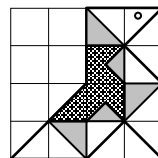


5. (B) El número de tres cifras más pequeño y tal que la suma de sus tres cifras es cinco es el 104. El más grande es el 500 y la diferencia entre ambos es $500 - 104 = 396$.
6. (E) Está claro que una buena estrategia es usar 1^7 .
Si comparamos las potencias que nos quedan: $5^2 < 2^5$ y $2^3 < 3^2$.
Así pues, el número más pequeño de esa forma es $1^7 \cdot 2^3 \cdot 5^2 = 8 \cdot 25 = 200$.

Podemos asegurar que es el menor de los propuestos porque 31 es primo y, por lo tanto no tiene la forma buscada y $150 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2$ por lo que no usa los números adecuados.

7. (E) Si llamamos a al número de chicas y b al número de chicos, Julia tiene $(a - 1)$ hermanas y b hermanos lo que nos da la ecuación $a - 1 = b + 1$. Esta ecuación es equivalente a $a = b + 2$, por lo que hay dos chicas más que chicos. Julio tiene a hermanas y $(b - 1)$ hermanos con lo que $a = 2(b - 1) = 2b - 2$. Si $a = b + 2$ y $a = 2b - 2$, entonces $b + 2 = 2b - 2$, es decir, $b = 4$. Son 4 chicos y 6 chicas, en total 10 hermanos.

8. (D) En el dibujo se aprecia que cada trazo de la pajarita grande es el doble del correspondiente trazo de la pajarita pequeña. Así pues el perímetro de la pequeña es la mitad del de la grande, es decir, $72 : 2 = 36$ cm.



9. (A) Cuando nació Ainhoa su padre tenía $3 \cdot 9 = 27$ años. Como de eso hace 9 años, el padre tiene ahora $27 + 9 = 36$ años.
- 10.(A) Si llamamos x al número de zancadas que da al bajar, el número de escalones es $3x$. Como al subir da $(x + 7)$ zancadas, el número de escalones es $2(x + 7)$. Como el número de escalones es el mismo al subir que al bajar, obtenemos la ecuación $3x = 2(x + 7)$ y $x = 14$ y el número de escalones es $3 \cdot 14 = 42$.
- 11.(A) Como en dos horas mi reloj adelanta 10 minutos, cada dos horas la diferencia entre los dos relojes es de 15 minutos. Para que haya una diferencia de una hora deben pasar $2 \cdot 4 = 8$ horas, así que volví del colegio a las 16:00.
- 12.(B) Las únicas plazas a las que no puede llegar son la 4 y la 7 ya que por la calle que va de 1 a 5 solo puede circular de sur a norte y por la que va de 4 a 8 solo lo puedo hacer de oeste a este. A la plaza 5 llega sin problemas. A las plazas 8, 9 y 10 llega girando a la derecha donde corresponda desde la calle que va de la 1 a la 5. A las 12 y 11 llega girando a la derecha desde la calle 2-10. Para llegar a las plazas 2 y 3 debe girar tres veces a la derecha y para llegar a la 6 cuatro veces. La suma de los números es $4 + 7 = 11$.
- 13.(B) Por cada tramo de 10 metros que recorre Esteban la distancia entre ambos se reduce 4 metros. Como $150 : 4 = 37,5$ Esteban deberá hacer 37,5 tramos de 10 metros para alcanzar a María. Es decir, debe recorrer $37,5 \cdot 10 = 375$ metros.

- 14.(E)** Observa cómo funciona con algunos números: por cada dos rombos avanzo tres posiciones:
 2 rombos \rightarrow Posición 3
 4 rombos \rightarrow Posición 6
 6 rombos \rightarrow Posición 9
 $2n$ rombos \rightarrow Posición $3n$
 Así que con $96 = 2 \cdot 48$ rombos llegaré a la posición $3 \cdot 48 = 144$. Después viene un corazón en la posición 145 y el rombo 97 ocupa la posición 146.
- 15.(A)** El cubo de la carita central tiene cinco caras en contacto con otros cubos: además de los cuatro visibles, está la del interior. Así que quitamos 6 cubos. El cubo que está en el vértice tiene tres caras visibles. Las otras tres caras están en contacto con tres cubos que debemos quitar, así que quitaremos 4 cubos. El cubo que está en la arista tienen dos caras visibles y las otras cuatro caras tienen contacto con cuatro cubos que aún no hemos quitado, luego quitaremos otros 5 cubos más. Con el que está en el cubo del vértice debo quitar tres más: en total $1 + 3 = 4$.
 Así pues, quitaremos $6 + 4 + 5 = 15$ cubitos. Como había 27 quedarán $27 - 15 = 12$ cubitos.
- 16.(B)** Todos los días riega al menos 8 flores y el día que riegue los claveles regará 4 más. Así que como mínimo riega $8 \cdot 7 = 56$ flores a la semana. Las $76 - 56 = 20$ extra son de días que regó 4 flores más, es decir $20 : 4 = 5$ días regó los claveles.
 También se puede plantear un sistema llamando x al número de días que regó los claveles e y al número de días que regó los tulipanes.
 Como la semana tiene siete días, tenemos la ecuación $x + y = 7$.
 Como en total regó $12 \cdot x$ claveles y $8 \cdot y$ tulipanes, tenemos que $12x + 8y = 76$.
- 17.(B)** Los cuadrados perfectos son: $1^2, 2^2, \dots, 20^2 = 400$. Así que había 20 cuadrados perfectos. Quedaron $20 - 7 = 13$ cuadrados perfectos.
- 18.(A)** Factoricemos los números poco a poco:
 $99 = 9 \cdot 11 = 3^2 \cdot 11$ y $999 = 9 \cdot 111 = 3^3 \cdot 37$
 El mínimo común múltiplo es $3^3 \cdot 11 \cdot 37 = 297 \cdot 37 = 10\,989$.
 Para los poco amigos de las cuentas: usando los criterios de divisibilidad del 9 y del 11 podemos descartar rápidamente las opciones C), D) y E). A continuación, mirando el producto que debemos hacer para calcular el mínimo común múltiplo, observamos que la cifra de las unidades es 9 y descartamos la opción B) concluyendo que la respuesta es A) sin necesidad de calcular el producto.

19.(B) Veamos qué tres lados se han sumado para obtener como resultado 70. Si fueran los dos grandes y uno pequeño, $70 - 14 = 56$ tendría que ser múltiplo de tres, pero no lo es. De modo que se han sumado los dos pequeños y uno grande y cada lado pequeño mide $(70 - 7) : 3 = 21$ cm. Los lados grandes miden 28 cm y el perímetro es $2 \cdot 21 + 2 \cdot 28 = 98$ cm.

20.(C) Si llamamos a los números a y b con $a < b$, tenemos que $a + b = 2(b - a)$. Operando tenemos $a + b = 2b - 2a$, luego $3a = b$ y la afirmación correcta es la C).

21.(A) Debes observar que el área de la zona sombreada es el área de los tres cuadrados menos el área del triángulo blanco.

$$\text{Área de los tres cuadrados} = 5^2 + 6^2 + 9^2 = 25 + 36 + 81 = 142 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Área del triángulo blanco} = \frac{(5 + 6 + 9) \cdot 9}{2} = 90 \text{ cm}^2.$$

Así pues, el área de la zona sombreada es $142 - 90 = 52 \text{ cm}^2$.

22.(A) Usando los criterios de divisibilidad de los tres números tenemos que:

Por el criterio del 2: b puede ser 0, 2, 4, 6 o 8

Por el criterio del 9: $1 + a + 6 + 9 + b = a + b + 16$ debe ser múltiplo de 9.

Luego $a + b$ puede ser 2 o 11.

Recuerda que el criterio del 11 dice que: $(1 + 6 + b) - (a + 9) = b - a - 2$ debe ser múltiplo de 11.

Vayamos viendo los casos:

Si $b = 8$, por el criterio del 9, $a = 2$, pero $(1 + 6 + 8) - (2 + 9) = 4$ no vale.

Si $b = 6$, $a = 5$, pero $(1 + 6 + 6) - (5 + 9) = -1$ no vale.

Si $b = 4$, $a = 7$, pero $(1 + 6 + 4) - (7 + 9) = -5$ no vale.

Si $b = 2$ hay dos casos: $a = 9$ que no vale, pues $(1 + 6 + 2) - (9 + 9) = -9$.

$a = 0$ que sí vale pues $(1 + 6 + 2) - (0 + 9) = 0$.

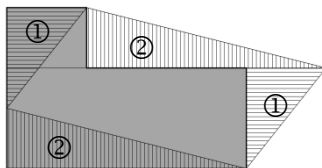
Probemos el último caso: si $b = 0$, $a = 2$ y $(1 + 6 + 0) - (2 + 9) = -4$ no vale.

Entonces la única posibilidad es $a = 0$ y $b = 2$, el número es 10692 y el producto de las cifras a y b es 0.

23.(A) Observa que los triángulos con la misma numeración son iguales y, por tanto, el área del paralelogramo es igual a la suma de las áreas del rectángulo superior, de 4×3 , y del inferior, de 12×5 .

Así pues, el área del paralelogramo es:

$$4 \cdot 3 + 12 \cdot 5 = 12 + 60 = 72 \text{ cm}^2.$$

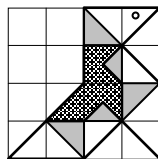


- 24.(B)** Una buena estrategia es partir de 100 habitantes.
En el primer mes hay 10 enfermos y 90 sanos.
Tras el segundo mes el 10% de los 10 enfermos sanaron, es decir, había uno sano y 9 enfermos. Además, el 10% de los 90 sanos enfermó, es decir 9 enfermaron y 81 permanecieron sanos.
Así que tras en el segundo mes había $1 + 81 = 82$ sanos y $9 + 9 = 18$ enfermos, lo que supone el 18% de los 100 habitantes.
- 25.(C)** La manecilla de las horas da una vuelta completa en 12 horas. Es decir, recorre un ángulo de 360° en $12 \cdot 4 = 48$ cuartos de hora. Así pues, en un solo cuarto de hora recorre $360 : 48 = 7,5^\circ$.

XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

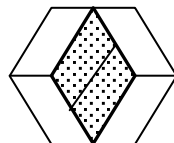
Soluciones 1ª Fase Nivel III

1. (D) Para que la suma sea impar tenemos que sacar primero una bola par y después una impar o viceversa. La probabilidad de primera par y segunda impar es, $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$, y la de primero impar y luego par también $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$, luego la probabilidad de suma impar es $\frac{3}{5}$.



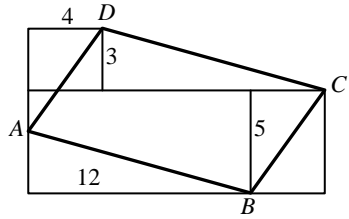
2. (C) La pajarita pequeña y la grande está en proporción 1:2 de semejanza, luego si el perímetro de la pequeña es 18, el de la grande es 36.

3. (D) Si $\begin{cases} x^2 + y^2 = 212 \\ x + y = 18 \end{cases}$, entonces $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 212 + 2xy = 18^2$, de donde $2xy = 112$. El conocido sistema suma-producto, $\begin{cases} x + y = 18 \\ xy = 56 \end{cases}$, tiene por soluciones, (14,4) y (4,14). Por tanto $|x^2 - y^2| = 180$.



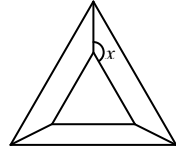
4. (E) Si en el rombo trazamos una paralela media a dos lados, dividimos el hexágono en seis paralelogramos iguales, cada uno de área 8, y por tanto el área del rombo es 16.
5. (C) Para que $2000 + b$ sea múltiplo de b , debe ocurrir que 2000 lo sea. Tenemos que ver cuántos divisores de 2000 son menores que 1000, y lo son todos menos el 1000 y el 2000. Como $2000 = 2^4 \cdot 5^3$, el número de divisores de 2000 es $(4+1) \cdot (3+1)$. Quitamos dos al producto y nos da 18.
6. (A) $999 = 9 \cdot 111 = 9 \cdot 3 \cdot 37 = 3^3 \cdot 37$; $9999 = 99 \cdot 101 = 3^2 \cdot 11 \cdot 101$.
El mcm de esos números es:
 $3^2 \cdot 11 \cdot 37 \cdot 101 = 27 \cdot 11 \cdot 37 \cdot 101 = 9999 \cdot 1111 = 1\ 109\ 889$.
7. (C) En todos esos productos interviene un 5 y al menos un 2 (del 2, del 4 o del 6) salvo en el producto, $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6$ (que no tiene el 5). Los primeros acaban en 0 y este último, en 4.

8. (A) Si nos fijamos bien, el área del paralelogramo equivale a la suma del área del rectángulo superior y la del rectángulo inferior de la izquierda. Su área es por tanto, $4 \cdot 3 + 12 \cdot 5 = 72$.



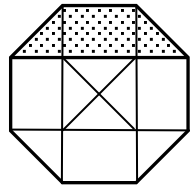
9. (A) De la progresión aritmética sacamos que, $2 \cdot 3b = 2b + 48$, de donde $b = 12$, y la diferencia es $b = 12$. Y si 3, 12 y c están en progresión geométrica, c es 48 y la razón es 4. Diferencia y razón suman 16.
10. (C) Echando un vistazo a las distintas expresiones sólo $(m + 3n)^2$ produce resultado impar, ya que m es par, $3n$ es impar, $m + 3n$ es impar y de ahí su cuadrado.

11. (E) Realmente fácil. x , su simétrico en el dibujo y 60° suman 360° , luego x es 150° .



12. (E) $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; luego tiene $(1 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 12$ divisores.
 $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; luego tiene $(2 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1) = 12$ divisores.
 $50 = 2 \cdot 5^2$; luego tiene $(1 + 1) \cdot (2 + 1) = 6$ divisores.
 $45 = 3^2 \cdot 5$; luego tiene $(2 + 1) \cdot (1 + 1) = 6$ divisores.
 $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; luego tiene $(1 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1) = 8$ divisores.

13. (D) Si trazamos líneas auxiliares (como se ve en el dibujo), el octógono regular queda dividido en cuatro rectángulos iguales, un cuadrado central y en las esquinas, cuatro triángulos rectángulos isósceles. Estos cuatro triángulos equivalen al cuadrado central, y por ello el octógono se puede considerar formado por ocho triángulos y cuatro rectángulos. Pero dos triángulos y un rectángulo forman nuestro trapecio sombreado de área 3 cm^2 , luego el área del octógono es 12.

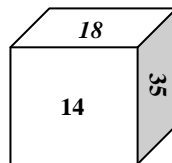


14. (C) Partimos de que $p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19}$ y como p, q y r son enteros positivos, por tamaño

de la suma, p debe ser 1. Haciendo cálculos ahora, nos queda $\frac{r}{rq + 1} = \frac{6}{19}$, y como

r y $rq + 1$ son primos entre sí, se tiene que necesariamente $r = 6$, y $rq + 1 = 19$. Luego $q \cdot r = 18$ y por tanto, $p \cdot q \cdot r = 18$.

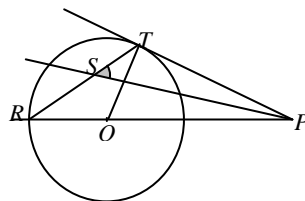
- 15.(E) Los tres números primos deben ser distintos para que las sumas de caras opuestas sean iguales. Dos de ellos pues deben ser impares, y la paridad obliga a que sean opuestos a las caras visibles con número par. El tercero debe ser par (es decir el 2) y opuesto al 35, luego la suma a conservar es 37, y el opuesto al 14 es el 23.



- 16.(D) Como $33 = 3 \cdot 11$, $N \cdot U$ es igual a 3 o igual a 11 (la posibilidad de 33 queda excluida porque entonces el paréntesis debería sumar 1, y las cuatro cifras que lo componen no podrían ser distintas). También debemos descartar el resultado de 11, ya que N y U son cifras. Así que $N = 1$, y $U = 3$, o $N = 3$, y $U = 1$. Nos queda por investigar de cuantas maneras podemos obtener 11 como suma de cuatro cifras distintas (diferentes de 3 y de 1). Eso solo ocurre con 0, 2, 4 y 5. Así que tenemos dos posibilidades para la pareja $N-U$ y 24 para el grupo $M-E-R-O$. En total $2 \cdot 24 = 48$.

- 17.(C) Llamando a al número de ranas azules del año pasado y v al número de ranas verdes, tenemos que: $\frac{a \cdot 1,6}{v \cdot 0,4} = \frac{v}{a}$, de donde $\frac{a^2}{v^2} = \frac{1}{4}$, es decir $v = 2a$. Luego hemos pasado de tener $a + v = 3a$ ranas, a tener, $1,6a + 0,4v = 2,4a$ ranas. Así el número de ranas se ha multiplicado por 0,8. Ha habido una disminución del 20%.

- 18.(D) La tangencia en T nos sugiere el trazado del radio OT . Así $\hat{P}T\hat{O} = 90^\circ$ y si llamamos α al ángulo $\hat{O}P\hat{T}$, tenemos que el ángulo $\hat{T}O\hat{P} = 90^\circ - \alpha$ y $\hat{R}O\hat{T} = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ + \alpha$. Como el triángulo OTR es isósceles, se tiene a su vez que $\hat{O}\hat{T}\hat{R} = \frac{90^\circ - \alpha}{2}$, y por tanto,



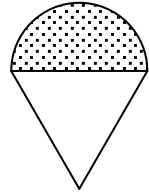
$$\hat{P}\hat{T}\hat{S} = 90^\circ + 45^\circ - \frac{\alpha}{2}. \text{ Entonces, } \hat{T}\hat{S}\hat{P} = 180^\circ - \hat{P}\hat{T}\hat{S} - \frac{\alpha}{2} = 45^\circ.$$

- 19.(E) Sumando y restando 51 y 85 obtendremos siempre un múltiplo de 17. Si dividimos 2016 entre 17 obtenemos de resto 10. Lo más cerca de 2016 que podemos llegar es sumarle 7.

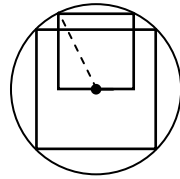
- 20.(D) $9^{20} + 9^{20} + 9^{20} = 3 \cdot 9^{20} = 3 \cdot (3^2)^{20} = 3^{41}$.

- 21.(C) En el trayecto emplean 210 minutos, y por tanto en 40 minutos recorren $\frac{40}{210}$ del trayecto. Los dos están en marcha a la vez durante $\frac{70}{210}$ del trayecto. Se encontrarán cuando hayan recorrido los $\frac{85}{210}$ del trayecto, y en ello emplearán 85 minutos, que sumados a las 12 h 40 min, nos da las 14 h 05 min.

- 22.(B) Si llamamos l al lado del triángulo equilátero, el área del semicírculo es $\pi\left(\frac{l}{2}\right)^2 : 2$, y la del triángulo es $\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$. El cociente de ambas es: $\frac{\pi l^2}{8} : \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$.



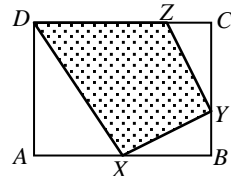
- 23.(A) Llamamos R al radio de la circunferencia. El área del cuadrado inscrito es (leído como rombo): $\frac{2R \cdot 2R}{2} = 2R^2$. Para el cuadrado pequeño trazamos un radio hasta un vértice superior. Así tenemos (llamando l al lado del cuadrado) que: $l^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = R^2$, de donde $l^2 = \frac{4}{5}R^2$.



El cociente entre las áreas de los dos cuadrados es: $2R^2 : \frac{4}{5}R^2 = \frac{5}{2}$.

- 24.(B) Para obtener producto negativo tendremos que sacar en la primera tirada positivo y en la segunda negativo, o viceversa. La probabilidad es: $\frac{2}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

- 25.(B) Sean m y n respectivamente la base y la altura del rectángulo. El área del rectángulo es $m \cdot n$. La del triángulo AXD es: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m \cdot n = \frac{m \cdot n}{4}$; la del triángulo XYB es: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m \cdot \frac{1}{3} n = \frac{m \cdot n}{12}$; y la del triángulo YCZ ,



$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} m \cdot \frac{2}{3} n = \frac{m \cdot n}{12}$. Luego el área del cuadrilátero es $m \cdot n - \frac{5}{12}(m \cdot n) = \frac{7}{12}(m \cdot n)$.

XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 1ª Fase Nivel IV

1. (D) La probabilidad de que la suma sea impar es que resulte una bola par y otra impar,

$$\text{y esta es } p(\text{suma impar}) = 2 \cdot \frac{n+1}{2n+1} \cdot \frac{n}{2n} = \frac{n+1}{2n+1}$$

2. (A) En $31!$ hay un total de 26 veces el factor 2. En $32!$ hay 31 veces el factor 2. El primer factorial que es múltiplo de 2^{29} es $32!$

3. (D) Sea R es el radio de la circunferencia inscrita al hexágono regular.

$$\text{El área del rombo es } A_{\text{Rombo}} = 4 \cdot \frac{R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot R}{2} = R^2 \sqrt{3} = 24.$$

$$\text{El área del hexágono es } A_{\text{Hexágono}} = 6 \cdot \frac{R^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{4} = \frac{3}{2} \cdot R^2 \sqrt{3} = \frac{3}{2} \cdot 24 = 36.$$

4. (B) Recordando que el producto de las raíces del polinomio $ax^2 + bx + a$ es $\frac{c}{a}$, las raíces de $ax^2 + bx + a$ tiene producto igual a 1, y por eso son inversas.

5. (C) Los dos ángulos distintos del paralelogramo son suplementarios, y por tanto tienen el mismo seno.

Como $AD = BC$ podemos concluir que los triángulos rectángulos ADH y CBG son iguales, por lo que $AH = 5$, $AF = 3$, $AD = BC = \sqrt{41}$ y $AB = 3\sqrt{17}$.

Si descomponemos el ángulo $\hat{A}BC$ como suma de los ángulos $\hat{A}BE = a$ y $\hat{E}BC = b$

$$\text{tenemos que } \text{sen}(a) = \frac{12}{3\sqrt{17}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

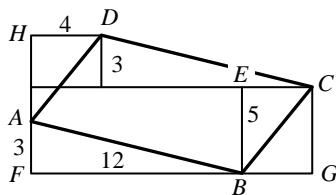
$$\text{y } \text{cos}(a) = \frac{3}{3\sqrt{17}} = \frac{1}{\sqrt{17}}, \text{ mientras que}$$

$$\text{sen}(b) = \frac{4}{\sqrt{41}} \text{ y } \text{cos}(b) = \frac{5}{\sqrt{41}}.$$

Así, el seno del ángulo ABC es

$$\text{sen}(\hat{A}BC) = \text{sen}(a + b) = \text{sen}(a) \text{cos}(b) + \text{cos}(a) \text{sen}(b) =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{17}} \cdot \frac{5}{\sqrt{41}} + \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \frac{4}{\sqrt{41}} = \frac{24}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{41}}$$

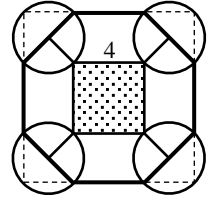


$$6. (D) \quad y = \frac{2x+1}{x-1} = \frac{2(x-1)+3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1} \Rightarrow y-2 = \frac{3}{x-1} \Rightarrow (y-2) \cdot (x-1) = 3$$

7. (D) La suma pedida es $\sum_{k=1}^9 \frac{9!}{k} = 9! \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} \right)$. Pero todos los

sumandos de esta suma terminan en 0 excepto $\frac{9!}{5}$, que termina en 6.

8. (A) Si el lado del cuadrado es 4, el lado del octógono regular también es 4. Añadiendo cuatro triángulos rectángulos isósceles al octógono, completamos junto con él un cuadrado. Los catetos de dichos triángulos miden $2\sqrt{2}$, y el lado del cuadrado mide $4 + 4\sqrt{2}$.



El área del octógono es el área del cuadrado menos las áreas de los cuatro triángulos.

$$A_8 = (4 + 4\sqrt{2})^2 - 4 \cdot \frac{(2\sqrt{2})^2}{2} = 16 + 32\sqrt{2} + 32 - 16 = 32 \cdot (1 + \sqrt{2}).$$

$$9. (C) \quad 2016^2 - 2016 = 2016 \cdot 2015 = (2000 + 16) \cdot (2000 + 15) = \\ = 4000000 + 30000 + 32000 + 240 = 4062240.$$

$$10. (E) \quad \left. \begin{array}{l} x(y+2) = 100 \\ y(x+2) = 60 \end{array} \right\} \text{Restando las dos ecuaciones: } 2x - 2y = 40 \Rightarrow x - y = 20.$$

$$11. (E) \quad \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \right) x = 6 \Rightarrow \frac{1}{20} x = 6 \Rightarrow x = 120.$$

12. (D) El total gastado en la tienda comprando k artículos es de la forma $z + k \cdot 0,99$, donde z es un número entero. Este total se puede poner como $z + k - k \cdot 0,01$, siendo $z + k$ entero. Como $65,76 = 66 - 24 \cdot 0,01 = 42 + 24 - 24 \cdot 0,01 = 42 + 24 \cdot 0,99$, k es 24.

13. (B) La lista de los cinco enteros será $a, b, 10, 11, 11$. Como la media es 9, $a + b = 13$, y como b debe ser menor que 10, a debe ser mayor que 3, por lo que el más pequeño posible es 4.

14. (D) Sea 1 la altura del rectángulo; su base es 2 y su diagonal $\sqrt{5}$. Como ABE es rectángulo, aplicamos el teorema del cateto y $1^2 = \sqrt{5} \cdot AE \Rightarrow AE = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Aplicando el teorema de Pitágoras, $BE^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow BE = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

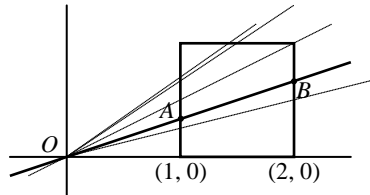
El área del triángulo ABE es $\frac{1}{5}$, y la del rectángulo 2, de modo que su cociente es $\frac{1}{10}$.

15. (E) $4^n - 1 = (2^n - 1)(2^n + 1)$. Si $n > 1$, $2^n - 1 > 1$, y no hay ningún primo.
16. (C) 19, 99 y 803 son enteros de la forma $8n + 3$, que en efecto tienen un divisor primo de la forma $8q + 3$: Para $n = 2$, $q = 2$ (el propio 19 es primo). Para $n = 12$, $q = 1$ ($99 = 11 \cdot 9$) y para $n = 100$, $q = 1$ ($803 = 11 \cdot 73$). 33 no es un entero de la forma $8n + 3$. Por último, 91 que sí es de la forma $8n + 3$ se descompone en factores primos como $13 \cdot 7$, y ni 13 ni 7 son de la forma $8q + 3$.
17. (C) Hay 30 puntos con x entero: desde -7 hasta 7, incluyendo el 0, son 15 abscisas enteras. Consideramos el doble porque con la misma *abscisa* hay dos puntos con *ordenadas* opuestas. Igualmente hay 30 puntos con y entero. Pero hay 12 puntos que tienen tanto x como y enteros, los pares $(\pm 5, \pm 5)$, $(\pm 1, \pm 7)$ y $(\pm 7, \pm 1)$. Así pues, la respuesta es $30 + 30 - 12 = 48$.

18. (B). Supondremos que los vértices dados son consecutivos y que los otros dos se encuentran en el primer cuadrante, pues de lo contrario las rectas dadas, que pasan por el origen y tienen pendiente positiva, no cortarían al cuadrado.

Las coordenadas de los puntos A y B han

de ser de la forma $A(1, a)$ y $B(2, 1 - a)$ para que el área de las dos regiones que determinan tengan igual área.



La recta $2y = x$ determina los puntos $A\left(1, \frac{1}{2}\right)$ y $B(2, 1)$.

La recta $3y = x$ determina los puntos $A\left(1, \frac{1}{3}\right)$ y $B\left(2, \frac{2}{3}\right)$ que es la respuesta válida.

La recta $3y = 2x$ determina los puntos $A\left(1, \frac{2}{3}\right)$ y $B\left(\frac{3}{2}, 1\right)$

La recta $2y = \sqrt{2}x$ determina los puntos $A\left(1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $B(\sqrt{2}, 1)$

La recta $4y - x = 0$ determina los puntos $A\left(1, \frac{1}{4}\right)$ y $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$.

Solamente una de las rectas divide al cuadrado en dos partes de igual área.

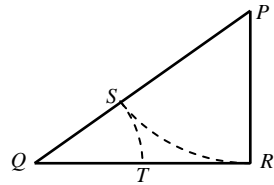
19. (E) En la figura, $QP^2 = QR^2 + PR^2 = (2QS)^2 + PS^2$.

$$(QS+PS)^2 = 4QS^2 + PS^2;$$

$$QS^2 + PS^2 + 2 \cdot QS \cdot PS = 4QS^2 + PS^2;$$

$$QS^2 + PS^2 + 2 \cdot QS \cdot PS = 4QS^2 + PS^2;$$

$$2 \cdot QS \cdot PS = 3QS^2; 2 \cdot PS = 3 \cdot QS; \frac{QS}{PS} = \frac{2}{3}.$$

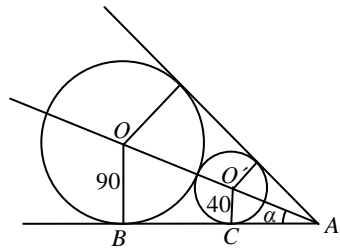


20. (A) En la figura

$$\sin \alpha = \frac{90}{OA} = \frac{40}{O'A} = \frac{90-40}{OA-O'A} = \frac{50}{OO'} = \frac{50}{130} = \frac{5}{13}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \frac{12}{13}; \tan \alpha = \frac{5}{12};$$

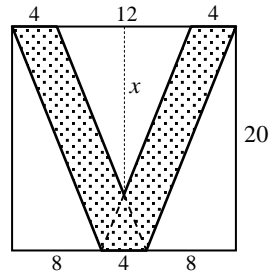
$$AB = \frac{90}{\tan \alpha} = 216.$$



21. (D) $5^x - 5^{x-2} = 120\sqrt{5} \Rightarrow \frac{24}{25}5^x = 120\sqrt{5} \Rightarrow 5^x = 125\sqrt{5} \Rightarrow x = \frac{7}{2}$.

22. (B) El área del paralelogramo que forma uno de los lados de la “V” es 4×20 . El área de la “V” es el doble del área de ese paralelogramo menos el área del triángulo común a los dos lados de la “V”.

Podemos calcular la altura de ese triángulo por semejanza de triángulos: $\frac{20}{8} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 15$, y la altura del triángulo común mide 5.



Como la base del triángulo mide 4, su área mide 10, y el área de la “V” es $160 - 10 = 150$.

$$23. \text{ (D) } abc + ab + ac + bc + a + b + c = 104 \Rightarrow a(bc + b + c) + a + bc + b + c = 104$$

$$\Rightarrow bc + b + c = \frac{104 - a}{a + 1}.$$

Como b y c son enteros, a tiene que ser par. Los posibles valores de a son:

$a = 2$	$bc + b + c = 34$
$a = 4$	$bc + b + c = 20$
$a = 6$	$bc + b + c = 14$

Para el resto de valores pares de a , se obtienen valores para $bc + b + c$ no enteros. En cada uno de los tres casos posibles, los valores posibles de b y c forman junto con el valor de a la terna única 2, 4, 6. Por tanto $a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 16 + 36 = 56$.

$$24. \text{ (C) } \cot x + \cot y = \frac{1}{\operatorname{tg} x} + \frac{1}{\operatorname{tg} y} = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y} \Rightarrow \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{\cot x + \cot y}.$$

$$\text{Por tanto: } \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y} = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{\cot x + \cot y}} = \frac{25}{1 - \frac{25}{30}} = 150.$$

$$25. \text{ (B) } z^2 = (9 + bi)^2 = 81 - b^2 + 18bi. \quad z^3 = (9 + bi)^3 = 729 + 243bi - 27b^2 - b^3i.$$

Como las partes imaginarias de ambos son iguales:

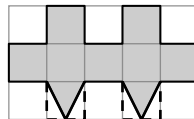
$$18b = 243b - b^3; \quad b^3 - 225b = 0.$$

Esta ecuación tiene tres soluciones: -15 , 0 y 15 . Pero solo una es positiva, $b = 15$.

XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS*Soluciones 2ª Fase Nivel I*

1. (D) Los que terminan en cero: 800, 710, 620, 530, 440, 350, 260 y 170.
 Los que terminan en 5: 305, 215 y 125.
 En total 11 números.
2. (D) Primero, expresamos las cantidades en la misma unidad de medida, en milímetros.
 Después, encontramos que entre los tres grupos de niños tejieron:
 $7 \times 150 + 12 \times 200 + 125 \times 6 = 4200$ mm. Dado que la bufanda mide 5000 mm, el profe tricotó una franja de 800 milímetros, es decir, de 8 dm.
3. (E) Inés, entre ida y vuelta al colegio tarda hora y cuarto más tres cuartos de hora, lo que completa dos horas exactas.
 Como permanece en el colegio durante 6 horas y media, en total, desde que salió de casa hasta su vuelta a las 16 h 45 min, tarda 8 h 30 min. Por lo tanto se levantó de la cama a las $(16 \text{ h } 45 \text{ min}) - (8 \text{ h } 30 \text{ min}) = 8 \text{ h } 15 \text{ min}$ de la mañana.
4. (D) Como el m.c.m. de 4 y 5 es 20 y 100 = 20×5 , habrá cinco coincidencias de abdominales y baile en los próximos 100 días. Como el m.c.m. de 4 y 6 es 12 y $100 = 12 \times 8 + 4$, existirán ocho coincidencias de abdominales y tenis, por lo que de los $100 : 4 = 25$ días que debería hacer abdominales, debería dejar de hacerlos $8 + 5 = 13$ días. Sin embargo, dado que el m.c.m. de 4, 5 y 6 es 60, hay un día de triple coincidencia que lo hemos contado dos veces. Con lo que el número de días que hará abdominales es $25 - 12 = 13$.
5. (C) Calculamos el número de monedas: $26 \times 10 = 260$ monedas.
 El mayor número de monedas que pueden formar un cuadrado más próximo por defecto a 260 es con 256 monedas (16^2). $260 - 256 = 4$.
 Quedan 4 monedas.
6. (D) La primera letra la puede elegir de 5 formas distintas (cada una de las letras de LUISA), una vez hecho esto, la segunda letra puede escogerla de 4 formas y para la tercera le quedan 3 posibilidades. A continuación, para cada una de las dos cifras tiene 10 posibilidades.
 Por tanto dispondrá de $5 \times 4 \times 3 \times 10 \times 10 = 6000$ contraseñas diferentes.
7. (C) La columna de las unidades tiene que sumar necesariamente 16, por lo que la columna de las decenas tendrá que sumar 9 o 19. Entre las soluciones ofrecidas la única que cumple esa condición es la C.

- 8. (D)** Los perímetros de las figuras A, C y E miden respectivamente 12, 14 y 18 unidades. Si llamamos d a la longitud de cada uno de los segmentos oblicuos de la figura D, tendremos que los perímetros de B y D son respectivamente $10 + 4d$ y $12 + 4d$. Ahora solo resta decidir entre 18 y $12 + 4d$, pero la figura adjunta permite ver que $6 > 4d$, luego 18 es el mayor de los dos.



- 9. (E)** Esa edición tiene $1106 \times 1548 = 1712088$ letras. Como 1700000 es el número mayor de los ofrecidos y es menor que el número de letras, ese es el que da mejor aproximación.
- 10. (C)** Deducimos que Cervantes murió en abril del año $2016 - 400 = 1616$. Como nació en septiembre de 1547, cumpliría $1616 - 1547 = 69$ años en septiembre de 1616. Por lo tanto tenía 68 años al morir el mes de abril.

- 11. (A)** Como la aguja de los minutos da una vuelta por hora, en tres días dará $3 \times 24 = 72$ vueltas.

- 12. (D)** Descomponiendo los números que nos dan en producto de tres números distintos elegidos entre el 1 y el 9 y cuya suma es 10, tenemos:

$$14 = 1 \times 2 \times 7$$

$$18 = 1 \times 3 \times 6$$

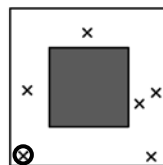
$$20 = 1 \times 4 \times 5$$

$$24 = 2 \times 3 \times 4$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

Observamos que en todos los casos excepto para el 24 la suma de los tres factores es 10. Y es inmediato comprobar que es imposible descomponer 24 en tres factores distintos cuya suma sea 10.

- 13. (C)** Realmente hubiese bastado, para resolver el problema, que nos dijese “Emilio solo ve a Dani”, ya que el único que solo ve a otro es el situado encima del redondelito. Luego en el redondelito está Dani.

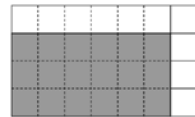


- 14. (B)** Si en lugar de cinco repartiera cuatro canicas a cada uno de mis compañeros, sobrarían $26 + 2 = 28$ canicas, pero si reparto una más a cada uno, sobran 7, luego tengo $28 - 7 = 21$ compañeros.

Esto nos lleva a deducir que yo tengo $4 \times 21 + 2 = 86$ caramelos y que, por tanto, tengo $86 + 26 = 112$ canicas. La suma de sus cifras es 4.

- 15. (A)** Si 1200 migas corresponden a un cuarto, el total es $1200 \times 4 = 4800$ migas.
 $4800 \times 0,5 \text{ m} = 2400 \text{ m} = 2,4 \text{ km}$.

- 16.(A)** Si el elefante pesa 40 veces más que su trompa, y esta 5000 veces lo que el ratón, el elefante pesará $40 \times 5000 = 200\,000$ veces más que el ratón. Como el elefante pesa 5 600 000 gramos, el peso del ratón es de $5\,600\,000 : 200\,000 = 28$ gramos.
- 17.(E)** Tenemos que averiguar lo que pesan juntos el balón y el cubo de Rubik. Si sumamos las dos primeras pesadas tendremos que dos veces el (balón más el cubo) más el (osito más la peonza) pesan $600 + 450 = 1050$ gramos. Por otra parte, de la tercera pesada, sabemos que el (osito más la peonza) pesan 400 gramos, por lo tanto, dos veces el (balón más el cubo) pesan $1050 - 400 = 650$ y de aquí, el peso del (balón más el cubo) será $650 : 2 = 325$ gramos.
- 18.(D)** Como no era la más grande, no puede ser el 9 y como no era la más pequeña, descartamos la cifra 1. Solo queda la cifra 7.
- 19.(E)** Tendremos:
 Día 1: 1000 bacterias
 Día 2: 1000×2 bacterias
 Día 3: $1000 \times 2 \times 3$ bacterias
 ...
 Día 10: $1000 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 1000 \times 3\,628\,800$ bacterias.
 Por tanto habrá más de tres mil millones.
- 20.(A)** A Marta no le gustan 3 círculos azules, 2 círculos rojos, 1 cuadrado rojo y 4 triángulos rojos, es decir, no le gustan $3 + 2 + 1 + 4 = 10$ figuras. Como en la colección hay en total $(3 + 2 + 1 + 4) + 2 + 3 + 5 = 20$ figuras, la probabilidad de que le toque algo que no le guste es: $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.
- 21.(C)** Orlando comió y porras e x churros. Por su parte, si Julián comió z porras, tuvo que comer $3z$ churros y, finalmente Lucía comió z porras y x churros. Dado que comieron 7 porras tenemos: $2z + y = 7$, y como z e y son mayores o iguales que 2 la única solución posible es $y = 3$; $z = 2$, de lo que deducimos que Orlando comió 3 porras y 3 churros, Julián 2 porras y 6 churros y Lucía 2 porras. Solo falta conocer el número x de churros que comió Lucía. Pero sabemos que comieron 13 churros en total, por lo tanto, $3 + 6 + x = 13$ de donde $x = 4$.
- 22.(B)** Como la anchura del rectángulo gris es el doble que su altura, podemos completar el dibujo dividiendo el rectángulo grande en $7 \times 4 = 28$ cuadraditos pequeños como se muestra en la figura.
- Por otra parte, el semiperímetro del rectángulo gris mide



$54 : 2 = 27$ cm y está limitado por 9 cuadraditos, de donde deducimos que el lado del cuadradito mide $27 : 9 = 3$ cm.

Por lo tanto el área pedida mide $28 \times 3^2 = 252$ cm².

El problema es aún más fácil de resolver con ayuda del álgebra:

Primero, calculamos las dimensiones del rectángulo gris:

Altura: x cm, base: $2x$ cm, perímetro: $2(x + 2x) = 6x = 54$ cm $\Rightarrow x = 9$ cm.

Segundo, las dimensiones de la figura completa son:

Altura $9 + 3 = 12$ cm, base $18 + 3 = 21$ cm, área = 12 cm \times 21 cm = 252 cm².

- 23.(D)** Ante todo tengamos presente que los ratones siempre dicen la verdad y que los zorros mienten siempre. Supongamos que Ana dice verdad, entonces Blas dice la verdad y, en consecuencia, Cris es mentiroso, lo que lleva a que Dani dice la verdad y esto a que Elia es lo contrario que Ana, es decir, Elia miente. Pero si Elia miente, entonces Ana debe mentir en contra de lo supuesto inicialmente. En consecuencia, estamos seguros de que Ana no puede decir la verdad.

Dado que Ana **miente** Bea también debe mentir y si ésta **miente**, Cris dice la verdad y, por tanto Dani **miente** y de aquí deducimos que Ana y Elia son lo mismo y, por lo tanto, Elia **miente**. Solo Cris dice la verdad y los otros 4 mienten y por consiguiente son Zorros.

- 24.(A)** En cada bote hay $15 \times 12 = 180$ raciones de comida para pececitos. Como luego solamente me quedan 10 peces, pero comen el doble, cada bote de comida durará $180 : (10 \times 2) = 180 : 20 = 9$ días.

- 25.(B)** Añadiendo los triángulos de 2 en 2, Juanje tiene que poner cada vez 4 palillos más. Por lo que podemos construir la tabla siguiente:

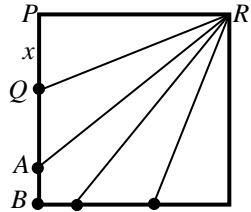
Triángulos	Palillos
1	3
3	$7 = 2 \times 3 + 1$
5	$11 = 2 \times 5 + 1$
7	$15 = 2 \times 7 + 1$
...	...
101	$2 \times 101 + 1 = \mathbf{203}$

XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 2ª Fase Nivel II

1. (E) Podemos ir examinando cada una de las posibles respuestas.
 (Lunes) No puede ser porque el lunes le toca mentir y ha dicho una verdad: que es lunes.
 (Martes) No puede ser porque debe decir la verdad y Pancho dijo mentira: que es lunes.
 (Miércoles) Como le toca mentir no vale porque ha dicho una verdad: que mañana será jueves.
 (Jueves) Debería decir verdades y no lo ha hecho.
 (Viernes) Le toca decir mentiras y así lo hace: hoy es lunes y mañana jueves.
 Por tanto estaban hablando un viernes.
2. (E) Si los amigos pueden sentarse en mesas de 6 y 7 comensales, es porque han de ser un múltiplo de 42. Descartamos pues 45 y 63 y probamos las otras respuestas.
 (84) Como $84 = 7\text{comensales} \times 12\text{mesas}$, entonces 84 debería ser igual a $6\text{comensales} \times 15\text{mesas}$ y esto no es cierto.
 (168) Como $168 = 7\text{comensales} \times 24\text{mesas}$, entonces 168 debería ser igual a $6\text{comensales} \times 27\text{mesas}$ y esto no es cierto.
 (126) Como $126 = 7\text{comensales} \times 18\text{mesas}$, entonces 126 debería ser igual a $6\text{comensales} \times 21\text{mesas}$ y esto sí es cierto.
 Por tanto, hay 126 amigos.
 Si se manejan ya las ecuaciones puede resolverse llamando m al número de mesas de 7 comensales y planteando la ecuación $7m = 6(m + 3)$, que al resolverla nos da que $m = 18$. Por lo que el número de amigos es $7 \cdot 18 = 126$.
3. (A) Los múltiplo de 86 de tres cifras son:
 $172 - 258 - 344 - 430 - 516 - 602 - 688 - 774 - 860 - 946$
 Tenemos dudas con los que acaban en 4 y en 6.
 El que empieza por 5 está identificado: 516. Por tanto, el otro que acaba en 6 ha de ser 946.
 El que empieza por 7 también: 774. Por tanto, el otro que acaba en 4 tiene que ser 344.
 Los cuatro números son $344 - 516 - 946 - 774$, por lo que las cifras que se zampó Comenúmeros suman $3 + 4 + 1 + 6 + 9 + 4 + 7 + 4 = 38$.
4. (C) La cuerda de Álvaro tendrá el triple de trocitos que la Delia más $3 \cdot 14 = 42$ cm, con los que puede hacer otros dos trocitos más de 20 cm y le sobran solo 2 cm.

5. (E) El área del cuadrado son $60 \cdot 60 = 3600 \text{ cm}^2$, por lo que cada una de las partes tiene un área de $3600 : 5 = 720 \text{ cm}^2$. Como el área del triángulo PQR ha de ser 720 cm^2 , la longitud x del segmento PQ debe cumplir que $\frac{60 \cdot x}{2} = 720$, de donde deducimos que $x = 24$. Como los triángulos AQR y PQR tienen igual área, entonces QA también mide 24 cm. Por todo esto, $AB = 60 - 24 - 24 = 12 \text{ cm}$.




6. (B) El mayor *repedós* es el número 9987 y el menor es 1002. La diferencia entre ambos es $9987 - 1002 = 8985$.
7. (D) El menor número de paquetitos se conseguirá con el mayor número de caracolas por paquetito, es decir, con el máximo común divisor de las caracolas que tiene cada trilliza, $\text{mcd}(48, 60, 72) = 12$ caracolas. Ana hará $48:12 = 4$ paquetitos, Elena $60:12 = 5$ paquetitos y Teresa $72:12 = 6$ paquetitos. En total 15 paquetitos.
8. (B) Llamando a cada color con su inicial, las mezclas que podemos conseguir combinando tres son:
 AAA AAB AAR ABB ABR ARR BBB BBR BRR RRR
 Diez colores distintos. Fíjate que las mezclas AAB, ABA, BAA son la misma. (Como siempre, en estos problemas es fundamental llevar un orden para saber cuándo terminamos sin dejarnos ningún caso por el camino. En este caso, hemos seguido un orden alfabético)
9. (A) Nuestro triángulo es rayado y sombreado pero no de borde discontinuo, por tanto debe estar en la región A.
- 10.(C) La L de LEE solo puede ser 1, 2 o 3, porque ya a partir de 3 el producto $\text{LEE} \times \text{LEE}$ tendría más de cinco cifras ($400 \cdot 400 = 160000$) y no encaja con las cinco cifras de PEDAL.
 Si observamos la L de PEDAL, vemos que no puede ser 3 ni 2 porque un cuadrado nunca tiene esas terminaciones. La única posibilidad es que $L = 1$ y por tanto $E = 9$ para que $E \cdot E$ termine en 1. Así pues, LEE es 199 y PEDAL es $199 \cdot 199 = 39601$. La D es un 6.
- 11.(D) Como el doble de la base b es la mitad del triple de la altura a , podemos relacionar las dimensiones así: $2b = \frac{3a}{2}$, es decir, $b = \frac{3a}{4}$.
 Como el perímetro es 84 cm, entonces:

$$2b + 2a = 84 \Rightarrow 2 \cdot \frac{3a}{4} + 2a = 84 \Rightarrow \frac{3a}{2} + 2a = 84 \Rightarrow 3a + 4a = 168 \Rightarrow a = 24 \text{ cm}$$

La base es $b = \frac{3a}{4} = \frac{3 \cdot 24}{4} = 18 \text{ cm}$. El área mide $24 \cdot 18 = 432 \text{ cm}^2$.

- 12.(D) Como es una tabla de sumar, si observamos las casillas del 8 y el 12, deducimos que la segunda columna es la primera columna más cuatro.

+			
	8	12	
	10	14	
	13	17	

El número más alto, 21, estará en la esquina inferior derecha y por tanto, fijándonos en el 17 y en el 21, deducimos de nuevo que la tercera columna será la segunda columna más cuatro. Comenúmeros se zampó un 18. Y para terminar la tabla hay que tener en cuenta que no hay números repetidos.

+			
	8	12	16
	10	14	18
	13	17	21

+	7	11	15
1	8	12	16
3	10	14	18
6	13	17	21

- 13.(A) Como RATÓN tiene el mismo número de cifras que NOTAR, esto nos asegura que la N de NOTAR solo puede ser un 1 o un 2 para que no haya llevadas. Si nos fijamos en la N de RATÓN debemos descartar N = 1 porque los múltiplos de 4 son pares.

2	O	T	A	R
			x	4
R	A	T	O	2

Seguimos: la R de NOTAR será 8 o 3. Habrá que descartar uno de los dos valores fijándonos en la R de RATÓN. Pero ya lo dejamos para ti y no mires todavía la solución que Don Retorcido se enfadará. ¡Que no mires!

La solución final es $21978 \cdot 4 = 87912$.

Un RATO suma $8 + 7 + 9 + 1 = 25$.

- 14.(A) Una pareja es la (1, 4), cuya suma es 5. Así pues todas las posibles parejas, descartando la suma 5, son:

Suma 2: (0, 2)

Suma 11: (2, 9) (5, 6) (8, 3) (9, 2)

Suma 3: (0, 3)

Suma 13: (5, 8) (6, 7)

Suma 7: (0, 7) (2, 5)

Suma 17: (8, 9)

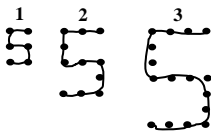
Ahora debemos ir descartando con sumo cuidado. Solo vamos a encontrar la primera pareja y luego tú deberás seguir con la búsqueda minuciosa.

El 9 no puede bailar con el 2 porque entonces eliminaríamos ya la suma 11 y entonces, por una lado 8 está obligado a bailar con 5 (suma 13) pero también 6 está obligado a ser pareja de 7 (suma 13). Así pues, imposible la pareja (9, 2). Por tanto, una pareja es (8, 9). Y ahora te toca seguir a ti, poco a poco.

Al final las cinco parejas son:

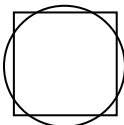
$$(0, 3) \rightarrow 3; \quad (1, 4) \rightarrow 5; \quad (2, 5) \rightarrow 7; \quad (6, 7) \rightarrow 13; \quad (8, 9) \rightarrow 17$$

- 15.(B) Cada CINCO está formado por tres tramos horizontales iguales y dos tramos verticales iguales. Cada tramo horizontal tiene un punto más que el lugar que ocupa el CINCO, y cada tramo vertical tiene un punto menos que el lugar que ocupa el CINCO.



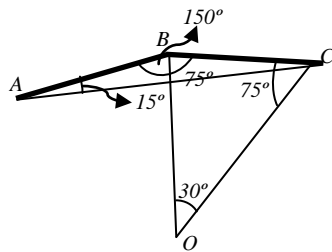
Así, el CINCO del lugar 55 tendrá $3 \cdot (55 + 1) + 2 \cdot (55 - 1) = 276$ puntitos.

- 16.(C) Como mucho, una circunferencia puede cortar a un segmento en dos puntos, así pues, a los cuatro lados de un cuadrado, en ocho puntos como máximo.



- 17.(B) Podemos trabajar con un cuadrado de lado 10, cuya área es 100 y nos resulta muy cómodo. Al aumentar sus lados, el área pasa a ser $100 + 96 = 196$, es decir, un cuadrado de lado $\sqrt{196} = 14$. Es decir, los lados aumentaron 4 unidades y si las hubiéramos disminuido habríamos tenido un cuadrado de lado $10 - 4 = 6$, cuya área es 36, es decir, el porcentaje de área disminuiría en un $100 - 36 = 64\%$.

- 18.(E) Como el triángulo ABC es isósceles, entonces el ángulo C vale también 15° y el ángulo B mide 150° . ¿Qué polígono regular tiene ángulos de 150° ? Si te acuerdas de la fórmula, bienvenida sea. Si no, podemos discurrir así: uniendo los vértices B y C con el centro O del polígono formamos el triángulo isósceles OBC , cuyos ángulos miden $B = C = 75^\circ$ (la mitad de 150°) y el ángulo central en O mide, por tanto, 30° . Fijándonos en este ángulo central ya podemos responder, el polígono tiene $360^\circ : 30^\circ = 12$ lados.

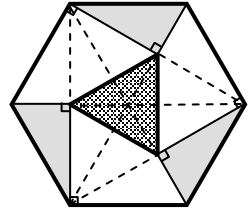


- 19.(B) Solo hay que trastear un poco con la operación para conseguir potencias de 10:

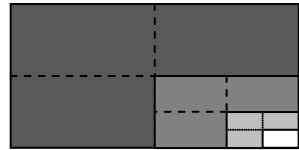
$$8^{672} \times 25^{1008} = (2^3)^{672} \times (5^2)^{1008} = 2^{2016} \times 5^{2016} = 10^{2016}$$

Es decir, un “uno” seguido de 2016 “ceros”. El número tiene 2017 cifras. Más fácil de lo que parecía.

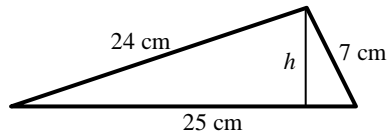
20. (D) Si descomponemos el hexágono en figuras iguales es muy fácil resolver este problema. Trazamos algunos segmentos (trazo discontinuo) y...
- El área del triángulo equilátero grande (sus vértices son vértices alternos del hexágono) es la mitad que la del hexágono, es decir, 60cm^2 . El triángulo central es la cuarta parte del triángulo equilátero grande, por tanto su área mide $60:4 = 15\text{ cm}^2$.



- 21.(E) Si representamos el total de piñones mediante un rectángulo, es fácil resolver el problema, coloreando lo que coge cada ardilla. El rectángulo blanco representa los tres piñones que se llevó la cuarta ardilla. Por tanto, en el rectángulo grande hay $3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 192$ piñones.



- 22.(C) Con ayuda del teorema de Pitágoras encontramos la medida del otro cateto x :
 $25^2 = 24^2 + x^2 \rightarrow x = 7\text{ cm}$.
- Para averiguar la altura h del triángulo calculamos su área A de dos maneras diferentes.

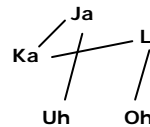
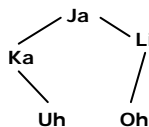
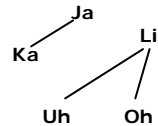


Por un lado, trabajando con el triángulo según se muestra, $A = \frac{25 \cdot h}{2}$.

Y si apoyamos el triángulo sobre uno de sus catetos, $A = \frac{7 \cdot 24}{2} = 84\text{ cm}^2$.

Por tanto, $\frac{25 \cdot h}{2} = 84 \Rightarrow h = \frac{2 \cdot 84}{25} = 6,72\text{ cm}$.

- 23.(C) El beso Oh–Li está asegurado porque lo dice el enunciado. Si hubiese un beso Li–Uh, esto implicaría que tendríamos un beso Ja–Ka y ya no podríamos seguir. Así pues, el beso imposible es Li–Uh. Así pues, Uh ha de besar a Ka o a Ja y tendríamos estas dos posibles situaciones:



- 24.(C)** Si llamamos p al número de pentágonos y h al de hexágonos, podemos formar este sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 5p + 6h = 282 \\ p + h = 49 \end{cases}$$

Es fácil resolverlo, multiplicando por 5 la segunda ecuación y luego restándosela a la primera:

$$\begin{cases} 5p + 6h = 282 \\ p + h = 49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5p + 6h = 282 \\ 5p + 5h = 245 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 37 \\ p = 12 \end{cases}$$

Si bailamos los valores obtenidos, 37 pentágonos y 12 hexágonos tienen un total de $37 \cdot 5 + 12 \cdot 6 = 257$ lados.

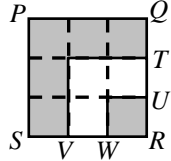
- 25.(E)** Toca multiplicar y luego dividir. En un año hay $60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 31\,536\,000$ segundos, que podemos aproximarlos a 30 000 000 segundos. Así pues, en 100 000 000 000 segundos hay alrededor de 3000 años. (El cálculo exacto arroja un tiempo de casi 3171 años)

XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 2ª Fase Nivel III

1. (A) Dividimos la figura en partes iguales como muestra el dibujo.

De esta forma es fácil observar que $\frac{A_{\text{sombreada}}}{A_{\text{blanca}}} = \frac{6}{3} = 2$



2. (B) Dejamos como desconocida la casilla a , la suma constante es $31 + a$, con lo que $31 + a = a + 13 + b$, luego $b = 18$ y podemos rellenar las casillas con este dato y el cuadrado queda:

a	13	b
19		11
12		16

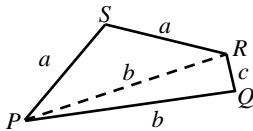
→

a	13	18
19	$a+1$	11
12	$a+3$	16

Fijándonos ahora en la segunda columna, escribimos $13 + a + 1 + a + 3 = 31 + a$, resolviendo encontramos $a = 14$, $b = 18$, $c = 15$. La suma pedida será 47.

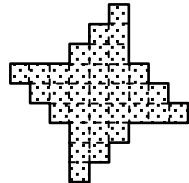
3. (D) Llamando x a la altura de los pequeños rectángulos que recortamos. El área de la pieza será igual al área del rectángulo menos los rectángulitos que cortamos. Es decir, $A_{\text{pieza}} = 80 \cdot 40 - 5x - 15x - 10x = 2990$. De donde sacamos que $x = 7$.

4. (A) Con los datos del enunciado, nombramos los lados de los triángulos como se indica y obtenemos las siguientes ecuaciones.



$2a + b = 22$, $2b + c = 22$, $2a + b + c = 24$. Restando a la tercera ecuación la primera obtenemos $c = 2$. Sustituyendo en la segunda se obtiene $b = 10$, y en la primera, $a = 6$.

5. (D) Dividiendo la figura en cuadraditos, como se muestra al margen, hay 33 cuadraditos iguales. Como el área de la figura es 528, cada cuadradito tendrá un área de 16, por tanto, el lado mide 4. Y el perímetro de la figura que tiene 36 lados será de 144.



6. (D) Como $\left(\frac{a}{c} + \frac{a}{b} + 1\right) : \left(\frac{b}{a} + \frac{b}{c} + 1\right) = 11$, $\left(\frac{ab + ac + bc}{bc}\right) : \left(\frac{bc + ab + ac}{ac}\right) = 11$, es

decir, $\frac{a}{b} = 11$, $a = 11b$. Al ser $a + 2b + c \leq 40$, resulta que $13b + c \leq 40$. Como a , b , c son enteros positivos:

- si $b = 1$, $c \leq 27$, por lo que tendríamos 27 ternas. (1, 11, c) con $c \leq 27$
 - si $b = 2$, $c \leq 14$, por lo que tendríamos 14 ternas. (2, 22, c) con $c \leq 14$
 - si $b = 3$, $c \leq 1$, por lo que tendríamos 1 terna. (3, 33, 1)
- En total habrá 42 ternas.
- 7. (E)** Si $n = 0$, el número $72 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n$ es entero.
- Si $n > 0$, el número $72 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n$ será entero si 72 es múltiplo de la potencia de 2, es decir $2, 2^2, 2^3$. Solo lo cumple $n = 1, 2$ y 3 ya que $72 = 2^3 \cdot 3^2$
- Si $n < 0$, el número $72 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n$ será entero si 72 es múltiplo de la potencia de 3, es decir $3, 3^2$. Solo lo cumple $n = -1, -2$.
- En total solo hay 6 valores de n que lo verifique.
- 8. (A)** Llamamos O al centro de la circunferencia. Fijámonos en el triángulo ADO , que es rectángulo, de hipotenusa 10 (ya que es el radio de la circunferencia) y de cateto 8, el otro cateto será, por tanto, $AD = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$.
- 9. (E)** La pendiente de la recta es $\frac{3}{2}$, así que $\frac{r-q}{-2} = \frac{3}{2}$, por lo que $r - q = -3$.
- 10. (A)** El lado del triángulo es el doble del lado del hexágono, por lo que el área del triángulo es cuatro veces el área de cada uno de los seis triángulos equiláteros en que podemos dividir un hexágono, siendo entonces, $\frac{A_{\text{triángulo}}}{A_{\text{hexágono}}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
- 11. (E)** Llamando a al pequeño, tenemos que el mayor es $a + 16$, por lo que la media de los tres es $\frac{a + 6 + a + 16}{3}$. Así que $\frac{2a + 22}{3} = a + 7$ y de aquí $a = 1$ y la suma de los tres es: $1 + 6 + 17 = 24$.
- 12. (B)** Llamando r al total de reservas de petróleo de Alaska, u al consumo de EEUU en un año y c al consumo de China en un año, tenemos que $u = \frac{r}{35}$, $u + c = \frac{r}{10}$, así que $c = \frac{r}{10} - \frac{r}{35} = \frac{7r - 2r}{70} = \frac{r}{14}$. Con lo que en un año, China consumirá $\frac{r}{14}$ de las reservas de petróleo, así que estas durarían 14 años si solo las consumiera China.

13.(A) Al ser $u < 10$, $|u - 10| = 10 - u = v$, es decir $u = 10 - v$. Por lo tanto $u - v = (10 - v) - v = 10 - 2v$.

14.(B) Una gráfica no corta al eje de ordenadas si no hay ningún valor de y cuando $x = 0$. Esto ocurre en la gráfica B: $|y| + 4 = |x|$, pues la ecuación $|y| + 4 = 0$ no tiene solución.

15.(D) Teniendo en cuenta que $A < B$ y que A y B son positivos, voy comparando las fracciones propuestas.

$$\frac{A-1}{B-1} > \frac{A^2-1}{B^2-1}, \text{ ya que } \frac{B^2-1}{B-1} > \frac{A^2-1}{A-1} \Rightarrow B+1 > A+1$$

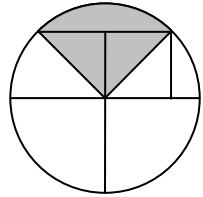
$$\frac{A-1}{B-1} > \frac{A^3-1}{B^3-1}, \text{ ya que } \frac{B^3-1}{B-1} > \frac{A^3-1}{A-1} \Rightarrow B^2 + B + 1 > A^2 + A + 1$$

$$\frac{A-1}{B-1} < \frac{A+1}{B+1}, \text{ ya que } AB + A - B - 1 < AB - A + B - 1 \Rightarrow 2A < 2B$$

16.(E) Si C y D son primos, no pueden ser impares ya que la suma de los dos sería par y por tanto $C + D$ no sería primo. Así que uno de los dos es el 2, además como $C - D$ también es primo queda que $D = 2$. Por tanto los números primos de los que hablamos son $C - 2, C, C + 2$.

Como la única terna de primos (impares consecutivos) es la 3, 5, 7 resulta ser $C = 5$ y los cuatro enteros dados son 5, 2, 7 y 3 que suman 17, por tanto un número primo también.

17.(A) La zona sombreada está formada por un cuadrado cuya diagonal es 4 (el radio de la circunferencia) y un segmento circular. Si el cuadrado lo dividimos en dos triángulos al unirlos al segmento circular componen un sector circular de 90° . Por tanto el área de la zona sombreada será un cuarto del área del círculo $A_{\text{sombreada}} = \frac{1}{4} \pi \cdot 4^2 = 4\pi$. Aproximando la solución $4 \cdot 3,14 = 12,56$. Es decir la solución A.



18.(C) María Jesús gana con seguridad si escoge el 10, y también gana si escoge el 8 y Juanje no escoge (1, 3, 4), ni (2, 3, 4). En cualquier otro caso, el número elegido por María Jesús no será superior a la suma de los números elegidos por Juanje. Así pues, $P(n^\circ \text{ de M. Jesús es mayor}) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$.

- 19.(E)** Un triángulo rectángulo está inscrito en una circunferencia si y solo si la hipotenusa es el diámetro de la circunferencia. Por tanto, la hipotenusa medirá $2 \cdot \frac{5}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$.

Si llamamos a y b a los catetos del triángulo, resulta que $a^2 + b^2 = 50$. Como a y b son números enteros diferentes, la única posibilidad es que midan 1 y 7. Así que el producto será 7.

- 20.(C)** La recta determinada por P y Q tendrá una pendiente $m = \frac{45-5}{19-3} = \frac{5}{2}$. Para que los puntos tengan coordenadas enteras, desde P hay que moverse 2 a la derecha y 5 arriba, hasta llegar a Q . Nos fijamos solo en las abscisas que van de 3 a 19 de dos en dos. Por tanto, hay que buscar todos los impares entre 4 y 18, es decir, 7 valores.

- 21.(C)** Vamos a contar cuántos enteros pueden escribirse como suma de dos de la lista y los que no se pueden contar serán el resto.

Calculamos en número de combinaciones de nueve elementos tomados de dos en dos. $C_{9,2} = \frac{9!}{2! \cdot 7!} = 36$. También hay que fijarse que ninguna de las sumas de dos

elementos darán el mismo resultado, ya que cada número es la suma de los dos anteriores. La suma más alta es $55 + 34 = 89$ y la más baja $1 + 2 = 3$. Por tanto, del 3 al 89 (ambos incluidos) hay 87 números que buscar y nos salen 36. Así pues, faltan $87 - 36 = 51$.

- 22.(D)** Llamando a , $a+2$ y $a+4$ a los tres enteros impares consecutivos, resulta que $\frac{a+a+2+a+4}{3} = 7 \Rightarrow a = 5$. Añadiendo m a la lista tenemos que $\frac{5+7+9+m}{4}$ será entero si $21 + m$ es un múltiplo de 4 siendo m entero y distinto de 5, 7 y 9. Los menores serán $m = 3$, $m = 11$, $m = 15$. Éstos sumarán 29.

- 23.(C)** PQR forman un triángulo rectángulo donde PQ es la hipotenusa. Aplicamos el teorema de la altura $OR^2 = OP \cdot OQ$ donde $OR = t$, $OP = 4$, $OQ = 16$, así pues $t^2 = 4 \cdot 16 \Rightarrow t = 8$.

- 24.(E)** Contemos en primer lugar los números de diez cifras que hay: $VR_{10}^{10} - VR_{10}^9 = 10^{10} - 10^9$ (pues los que empiezan por cero tienen solo nueve cifras). Los números de 10 cifras que contienen los diez dígitos son: $V_{10}^{10} - V_9^9 = 10! - 9!$. Así pues la probabilidad pedida es $P = \frac{10! - 9!}{10^{10} - 10^9} = \frac{9!(10-1)}{10^9(10-1)} = \frac{9!}{10^9}$.

25.(D) Llamando $(10a + b)$ y $(10c + d)$ a las edades respectivas de padre e hijo, tenemos que $a > c$, $10a + b$ es primo, $(10a + b) + (10c + d)$ es primo, $(10a + b) - (10c + d)$ que es igual $10(a - c) + (b - d)$ es múltiplo de 33 y $a + b + c + d = 8$.

$10(a - c) + (b - d)$ será 33 o 66 (pues 99 implicaría $10a + b = 99$ y no es primo).

Como la suma de todas las cifras es 8, $a \leq 8$.

Si $a = 8$, el resto de cifras serían 0, pero entonces $10a + b$ no es primo.

Si $a = 7$, para que $10a + b$ sea primo, b tiene que ser 1 y c y d serían 0, entonces $(10a + b) - (10c + d)$ no sería múltiplo de 33.

Si $a = 6$, $c \leq 2$ para que se cumpla que $a + b + c + d = 8$.

Si $c = 0$, para que $10(a - c) + (b - d)$ sea múltiplo de 33, entonces $b - d = 6$, por tanto $b \geq 6$ y entonces la suma de todas las cifras daría más de 8.

Si $c = 1$, $10(a - c) + (b - d)$ no sería múltiplo de 33.

Si $c = 2$, el resto de cifras serían 0 para que todas sumaran 8 y la edad de don Retorcido sería 60 que no es primo.

Si $a = 5$, entonces $c \leq 3$.

Si $c = 0$ sería imposible que se cumpliera lo de múltiplo de 33.

Si $c = 1$, como $a + b + c + d = 8$, $b \leq 2$.

Si $c = 2$, $b \leq 1$.

Si $c = 3$, $b = 0$.

En todos estos casos la edad de don Retorcido sería 50, 51 o 52 y ninguno es primo.

Si $a = 4$, como los únicos primos con 4 en las decenas son 41, 43 y 47, b debería ser 1, 3 o 7, pero b no puede ser 7 ya que $a + b + c + d = 8$.

Si b fuera 1, $c + d$ sería 3 y la diferencia de las edades no sería nunca múltiplo de 33. Así pues, b tiene que ser 3, entonces la edad de don Retorcido sería 43 y la del hijo 10. Estas edades cumplen todas las condiciones. Por tanto, la suma pedida es 7.

XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 2ª Fase Nivel IV

1. (C) El 75% del dinero lo donan profesores y alumnos, en proporción 2:3, así que los profesores donan $\frac{2}{5} \cdot 75\% = 30\%$, por tanto, los alumnos el 45%. Con lo que el

cociente entre lo donado por los padres y los alumnos es $\frac{25}{45} = \frac{5}{9}$.

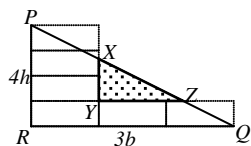
2. (B) Llamando x al lado del cuadrado, tenemos que $90^2 = x^2 + (2x)^2$, $x^2 = \frac{90^2}{5} = 1620$.

3. (D) Sacando factor común a la ecuación dada, nos queda $(x-2)(x-4+x-6) = 0$ $(x-2)(2x-10) = 0$, las soluciones son 2 y 5. Por tanto, el producto es 10.

4. (C) El triángulo XYZ y el triángulo PQR son semejantes, así

que $\frac{XY}{YZ} = \frac{4h}{3b}$. Como nos dicen que $\frac{XY}{YZ} = \frac{1}{2}$, por

tanto, $\frac{4h}{3b} = \frac{1}{2}$, es decir, $\frac{h}{b} = \frac{3}{8}$.



5. (E) $\frac{p+q^{-1}}{p^{-1}+q} = \frac{p+\frac{1}{q}}{\frac{1}{p}+q} = \frac{(pq+1)p}{(1+pq)q} = \frac{p}{q} = 17$, $p = 17q$. Al ser $p+q \leq 100$, tenemos que

$18q \leq 100$, así pues $q = 1, 2, 3, 4$ ó 5 . Habiendo, por tanto, 5 parejas de enteros positivos.

6. (C) Tenemos, $A = \log_{30} 6$, $B = \log_{30} 10$, $C = \log_{30} 15$, así que la media, $\frac{A+B+C}{3}$,

será $\frac{\log_{30}(6 \cdot 10 \cdot 15)}{3} = \frac{\log_{30} 900}{3} = \frac{2}{3}$.

7. (B) Hay dos paralelogramos con estos datos $O(0, 0)$, $A(1, 4)$, $B(4, 1)$. El cuarto vértice puede ser $C(3, -3)$ ó $C(5, 5)$. Obtengamos el área de cada uno de ellos, restando al área del rectángulo "circunscrito" de lados paralelos a los ejes los correspondientes triángulos y rectángulos no ocupados por el paralelogramo.

El primero (de vértice $C(5, 5)$) tiene de área $5 \cdot 5 - (2+1+2+2+1+2) = 15$.

El segundo (de vértice $C(3, -3)$) tiene de área $4 \cdot 7 - \left(2+2+\frac{9}{2}+\frac{9}{2}\right) = 15$.

En ambos casos el área es 15.

8. (A) Al ser $PQ = PR$, si $PT = x$, entonces $PS = x + 50$ y las dimensiones de los catetos del triángulo rectángulo PTS son x y 120 y la hipotenusa $x + 50$, por tanto, $(x+50)^2 = x^2 + 120^2$, de donde $x=119$, así el área del triángulo PTS es $\frac{120 \cdot 119}{2} = 7140$.

Por otro lado, calculamos el área del triángulo isósceles PQR , para ello calculamos el valor de la altura sobre el lado $QR = \sqrt{390^2 - 150^2} = 360$. Por tanto, el área será $\frac{300 \cdot 360}{2} = 54000$, con lo que el área pedida es $54000 - 7140 = 46860$.

9. (C) Escribimos $a^{2015} + a^{2016}$ como $a^{2015}(1+a)$. Tenemos que si $a=5$ ó 10 , a^{2015} es múltiplo de 5, y si $a=4$ ó 9 $(1+a)$ lo es. En ningún otro caso será múltiplo de 5, por tanto, los valores posibles de a son 4, 5, 9 y 10, en total, cuatro.

10. (E) La recta de ordenada en el origen 2 y pendiente m corta al eje OX en el punto de abscisa $-\frac{2}{m}$, análogamente, las otras rectas cortarán en las abscisas $-\frac{3}{m}$ y $-\frac{4}{m}$.

Por tanto, $-\frac{2}{m} - \frac{3}{m} - \frac{4}{m} = -36 \Rightarrow m = \frac{1}{4}$.

11. (E) La ecuación $x^2 + 2kx + 7k - 10 = 0$ tendrá una única solución real si el discriminante de la ecuación de segundo grado es cero. Es decir, $4k^2 - 4(7k - 10) = 0 \Rightarrow k^2 - 7k + 10 = 0$ Las soluciones son 5 y 2 que suman 7.

12. (B) Despejando $\cos \alpha$ obtenemos $\cos \alpha = \frac{\cos 60^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$.

13. (A) Prolongando uno de los lados del triángulo equilátero, que no sea el horizontal, hasta que dicha prolongación corte a un lado horizontal del cuadrado, resulta que la hipotenusa del triángulo rectángulo formado, a , viene dada por la igualdad

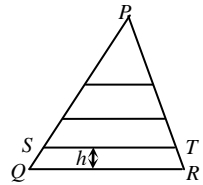
$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{a} \Rightarrow a = 4\sqrt{3}, \text{ así que una de las lentillas está inscrita en el}$$

triángulo rectángulo de cateto 6, hipotenusa $4\sqrt{3}$ y el otro cateto $2\sqrt{3}$. El área de

$$\text{dicho triángulo es } \frac{6 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}.$$

Como en cualquier triángulo, el área es $A = \frac{P \cdot r}{2}$, siendo P el perímetro y r el radio del círculo inscrito. Por tanto, tenemos que $6\sqrt{3} = \frac{6 + 6\sqrt{3}}{2} \cdot r$
 $\Rightarrow r = \frac{6\sqrt{3}}{3 + 3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{2} = 3 - \sqrt{3}$.

- 14.(B)** Empezamos calculando el área del triángulo PQR , como el triángulo es isósceles y el lado desigual es el PQ , calculamos la altura sobre dicho lado $\sqrt{125^2 - 75^2} = 100$ así que el área del triángulo es $\frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 100 = 7500$. El área del triángulo PST es $\frac{3}{4} \cdot 7500 = 5625$ y como dicho triángulo es



semejante al PQR , tenemos que $\frac{ST^2}{125^2} = \frac{5625}{7500}$, de donde $ST = \frac{125\sqrt{3}}{2}$.

Finalmente, el área del trapecio $STRQ$, es $\frac{1}{4} \cdot 7500$ y también es

$\frac{1}{2} \left(125 + \frac{125\sqrt{3}}{2} \right) \cdot h = \frac{125}{4} (2 + \sqrt{3}) \cdot h = 1875$, despejando h de esta expresión,

$$h = \frac{7500}{125(2 + \sqrt{3})} = \frac{60}{2 + \sqrt{3}} = 60(2 - \sqrt{3}).$$

- 15.(A)** Como a , b y c están en progresión geométrica cumplen que $a = \frac{b}{r}$, $c = b \cdot r$. Así

que $abc = b^3 \Rightarrow b^3 = 46656 = 2^6 \cdot 3^6 \Rightarrow b = 36$. Por otro lado, $a + b + c = 114$, por tanto, $a + c = 114 - b = 114 - 36 = 78$.

- 16.(C)** Sumando ambas igualdades, tenemos $x^2 + y^2 = 9(x + y)$ y restándolas, $x^2 - y^2 = 7(x - y)$ que es lo mismo que escribir $(x + y)(x - y) = 7(x - y)$ y como $x \neq y \Rightarrow x + y = 7$, por lo que $x^2 + y^2 = 9 \cdot 7 = 63$.

- 17.(D)** Para contar los números cuyas cifras suman 3, solo hay que ser un poco ordenados, podremos utilizar las cifras 0, 1, 2 y 3.

De dos cifras tenemos 12, 21 y 30.

De tres cifras tenemos 102, 111, 120, 201, 210, 300.

En total 9 números.

- 18.(D)** Tenemos que $p + q = 63$ y $s + t = 57$. Como los números son consecutivos y las sumas son tan diferentes, está claro que los pequeños serán s y t y los mayores p y q . La media de p y q es 31,5, así que p y q serán 31 y 32. Hacemos lo mismo con s y t , como la media es 28,5, resulta que s y t serán 28 y 29. Como todos son consecutivos tenemos que r es 30.
- 19.(A)** Para que el producto sea un cuadrado perfecto no podemos elegir ni 5 ni 7, pues no aparecen un número par de veces. Así que hay que elegir seis números de una lista de siete (1, 2, 3, 4, 6, 8, 9), por tanto, solo sobra uno. Factorizamos los números para que nos ayude en buscar el cuadrado perfecto. 1, 2, 3, 2^2 , $2 \cdot 3$, 2^3 , 3^2 . Para que el producto sea un cuadrado perfecto sobra el 2 ó 8. Por tanto, los dos números son $m^2 = 2^6 \cdot 3^4$ y $n^2 = 2^4 \cdot 3^4$. Por lo que $m = 72$, $n = 36$. El valor de $m + n$ es 108.
- 20.(E)** Son las variaciones con repetición de 3 elementos (7, 8 y 9) tomadas de 3 en 3, o sea, $3^3 = 27$.
- 21.(D)** La recta t forma con la recta s ($y = 0$) un ángulo de 60° , ya que la pendiente es $\sqrt{3}$, por lo que la bisectriz interior de t y s formará un ángulo de 30° con ambas, por tanto, la pendiente de dicha bisectriz será $\frac{1}{\sqrt{3}}$ y su ecuación $y = \frac{1}{\sqrt{3}}(x - 1)$ siendo la ordenada de D , $y = \frac{1}{\sqrt{3}}(13 - 1) = \frac{12}{\sqrt{3}}$.
- 22.(A)** Alicia gana en los siguientes casos: C_A , $\text{+}_A \text{+}_B C_A$, $\text{+}_A \text{+}_B \text{+}_A \text{+}_B C_A$. Por tanto la probabilidad de que gane será. $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} = \frac{21}{32}$.
- 23.(A)** Como a , b y c están en progresión aritmética, podemos escribir $a = b - d$, $c = b + d$, de este modo, $3a + b = 4b - 3d$, $3b + c = 4b + d$, $3c + a = 4b + 2d$ y como éstos están en progresión geométrica, tenemos $(4b + d)^2 = (4b - 3d)(4b + 2d) \Rightarrow 16b^2 + 8bd + d^2 = 16b^2 - 4bd - 6d^2$
 $\Rightarrow 12bd = -7d^2$, como $d \neq 0$ pues en otro caso $a = b = c$ y 17955 no es un cubo perfecto, resulta que $d = -\frac{12}{7}b$, por tanto, $a = \frac{19}{7}b$, $c = -\frac{5}{7}b$. Y como $a \cdot b \cdot c = 17955$, tenemos entonces $\frac{19}{7}b \cdot b \cdot \left(-\frac{5}{7}b\right) = 17955 \Rightarrow b^3 = -9261 \Rightarrow b = -21$ en cuyo caso, $a = -57$, $c = 15$ y entonces, $a + b + c = -63$.

- 24.(E)** Poniendo $5x^2 - 4xy + 2x + y^2$ como $4x^2 - 4xy + 2x + y^2 + x^2$ y sumando 1 a cada término de la ecuación, nos queda $4x^2 - 4xy + 2x + y^2 + x^2 + 1 = 625$, $(2x - y)^2 + (x + 1)^2 = 25^2$. Las únicas parejas cuya suma de cuadrados da 625 son (0, 25), (15, 20), (7, 24). Si llamamos m al primer término $(2x - y)$ y n al segundo $(x + 1)$, tenemos que $x = n - 1$, $y = 2n - m - 2$.

Para que se cumpla la condición del enunciado ($0 \leq x \leq y$), n tiene que ser mayor o igual a 1 y los m negativos siempre serán válidos. Por tanto las parejas (m, n) válidas por el momento son $(-15, 20)$, $(-20, 15)$, $(-24, 7)$, $(-7, 24)$. Probando con el resto de parejas (m, n) posibles y comprobando si $y \geq x$, vemos que también sirven (0, 25), (15, 20), (7, 24). En total 7.

- 25.(A)** Sin haber restricciones habría $8!$ formas de distribuir las tarjetas, habrá que quitarles aquellas donde esté bien la tarjeta 1 ($7!$), la tarjeta 2 ($7!$), la tarjeta 3 ($7!$), pero hemos quitado de más, aquellas donde está bien la 1 y la 2 que las hemos contado dos veces ($6!$), y la 1 y la 3 ($6!$) y la 2 y la 3 ($6!$), ahora hemos puesto de más, hay que quitar los casos donde estén bien la 1, la 2 y la 3 ($5!$). Así que el número pedido es:

$$8! - 3 \cdot 7! + 3 \cdot 6! - 5! = 5! (8 \cdot 7 \cdot 6 - 3 \cdot 7 \cdot 6 + 3 \cdot 6 - 1) = 5! \cdot 217 = 27240$$

Participantes y relación de ganadores del XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

En la primera fase celebrada en los propios centros se superó la cifra de 40 000 estudiantes de más de 500 centros participantes.

Aunque se inscribieron 3477 concursantes a la segunda fase, el número de participantes fue de 3104. La estadística de participación por niveles y puntuaciones obtenidas puede consultarse en la página de la Sociedad Puig Adam así como la relación de todos los ganadores del concurso y la relación de los centros con mayor puntuación en cada uno de los niveles.

La distribución por niveles de los participantes en la segunda fase, que como siempre tuvo lugar en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid, fue la siguiente:

	NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3		NIVEL 4	
	5º P y 6º P		1º ESO, 2º ESO		3º ESO, 4º ESO		1º B, 2º B	
nº de participantes	231	504	395	617	389	509	258	201
Totales por nivel	735		1012		898		459	

Los tres, y en algún caso cuatro, ganadores en cada uno de los niveles fueron:

NIVEL I

1. Pablo Ruiz Torralba (6º Primaria) Colégio San Luis Gonzaga (Majadahonda)
2. Enrique Matorras Muñoz (6º Primaria) Colégio Laude Fontenebro II (Collado Villalba)
3. Álvaro Gamboa Rodríguez (5º Primaria) CP Escuelas Bosque

NIVEL II

1. Nicolás Rey Rodríguez (2º ESO) Colegio Fray Luis de León
2. Alejandro García Martínez de G. (1º ESO) Colegio Mirabal (Villanueva de la Cañ.)
3. Miguel Balo Mejías (2º ESO) Colégio de Jesús (Barajas)

NIVEL III

1. Martín Gómez Abejón (4º ESO) IES Ramiro de Maeztu
2. Alonso M. Mayorga Nieto (3º ESO) Colegio San Pablo CEU (Montepríncipe)
3. Alejandro Epelde Blanco (4º ESO) Montessori School (Alpedrete)
4. Alberto Almagro Sánchez (4º ESO) IES Ramiro de Maeztu

NIVEL IV

1. Ismael Morales López (2º Bchto) IES Al Satt (Algete)
2. Jia Jie Tao (1º Bchto) IES San Mateo
3. Diego José Sánchez Martín (2º Bchto) Colegio Virgen de Mirasierra

RELACIÓN DE LOS 10 CENTROS CON MEJOR PUNTUACIÓN POR NIVEL(Elaborada con las **tres mejores puntuaciones** de cada centro en cada nivel)**XX CONCURSO DE PRIMAVERA Mayo 2016**

NIVEL I		
NOMBRE DEL CENTRO	MUNICIPIO	SUMA DE PUNTOS
COLEGIO NTRA SRA BUEN CONSEJO	Madrid	319
COLEGIO SAN JOSÉ DEL PARQUE	Madrid	277
COLEGIO AMANECER	Alcorcón	275
COLEGIO AGUSTINIANO	Madrid	267
COLEGIO SAINT ANNE'S SCHOOL	Madrid	264
COLEGIO LOPE DE VEGA	Alcalá de Henares	262
CP ASUNCIÓN RINCÓN	Madrid	261
COLEGIO SAN AGUSTÍN	Madrid	260
COLEGIO CHAMBERÍ	Madrid	258
CP NTRA SRA DEL VAL	Alcalá de Henares	254
COLEGIO AMORÓS	Madrid	254

NIVEL II		
NOMBRE DEL CENTRO	MUNICIPIO	SUMA DE PUNTOS
COLEGIO CORAZÓN DE MARÍA	Madrid	294
COLEGIO SAN AGUSTÍN	Madrid	289
COLEGIO ALEMÁN DE MADRID	Madrid	274
COLEGIO RETAMAR	Pozuelo de Alarcón	258
COLEGIO JOYFE	Madrid	249
IES SAN JUAN BAUTISTA	Madrid	247
IES LEONARDO DA VINCI	Majadahonda	246
IES CERVANTES	Madrid	244
COLEGIO FRAY LUIS DE LEÓN	Madrid	244
COLEGIO CARDENAL SPÍNOLA	Madrid	243

NIVEL III		
NOMBREDEL CENTRO	MUNICIPIO	SUMA DE PUNTOS
IES EL BURGO DE LAS ROZAS	Las Rozas	281
IES RAMIRO DE MAEZTU	Madrid	273
COLEGIO RETAMAR	Pozuelo de Alarcón	258
IES JOSÉ LUIS SAMPEDRO	Tres Cantos	252
IES CERVANTES	Madrid	251
MONTESSORI SCHOOL LOS FRESNOS	Alpedrete	250
COLEGIO CORAZÓN DE MARÍA	Madrid	248
IES FORTUNY	Madrid	246
COLEGIO INTERNACIONAL NUEVO CENTRO	Madrid	245
COLEGIO ARCÁNGEL RAFAEL	Madrid	242

NIVEL IV		
NOMBREDEL CENTRO	MUNICIPIO	SUMA DE PUNTOS
IES SAN MATEO	Madrid	284
COLEGIO VILLA DE GRIÑÓN	Madrid	271
IES FORTUNY	Madrid	242
IES RAMIRO DE MAEZTU	Madrid	234
COLEGIO BASE	Alcobendas	231
COLEGIO INTL. SEK-EL CASTILLO	Villanueva de la Cañ.	200
COLEGIO ALEMÁN DE MADRID	Madrid	199
RUNNYMEDE COLLEGE	Alcobendas	197
IES EL ESPINILLO	Madrid	192
IES JUAN DE LA CIERVA	Madrid	190

XXXIV CONCURSO “PUIG ADAM” DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Facultad de Matemáticas U.C.M.

Madrid, 11 de junio de 2016

NIVEL I (3º de E.S.O.)

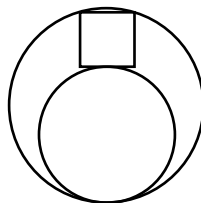
Primera parte (1 hora 30 minutos)

Problema 1. (7 puntos)

Juan efectúa las mil divisiones enteras siguientes: 2016 entre 1, 2016 entre 2, 2016 entre 3, y así hasta llegar a 2016 entre 1000. ¿Cuál es el mayor resto que ha obtenido?

Problema 2. (7 puntos)

En la figura se observan dos circunferencias tangentes interiores y un cuadrado, uno de cuyos lados es tangente a la circunferencia pequeña, estando los vértices opuestos a ese lado en la circunferencia mayor. Si los radios de las circunferencias son 50 cm y 35 cm, calcula la longitud del lado del cuadrado.



Segunda parte (1 hora 30 minutos)

Problema 1A. (1 punto)

En mi clase de Alemán somos 10 estudiantes y la nota media de toda la clase es 6,4. Las notas de las chicas han sido mejores que las de los chicos, pues han sacado un 7 de media mientras que la media de los chicos ha sido un 5. ¿Cuántas chicas hay en mi clase?

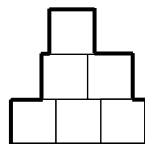
Problema 2A. (1,5 puntos)

Sea T la respuesta del problema anterior. En la figura se observan cuatro semicircunferencias cuyos centros están alineados. Si el perímetro de la figura es P y el radio de la mayor es $\frac{T}{14}$, calcula $\frac{P}{\pi}$



Problema 3A. (2 puntos)

Sea T la respuesta del problema anterior. Con seis cuadrados de lado T formamos la figura que ves. ¿Cuál es su perímetro?



Problema 1B. (1 punto)

Calcula el número n para que $20^{2016} = 10^{2000} \cdot 40^{16} \cdot 2^n$

Problema 2B. (1,5 puntos)

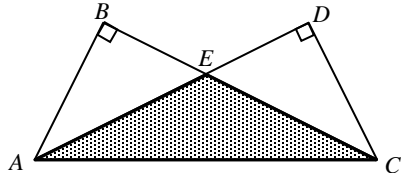
Sea T la respuesta del problema anterior y k la suma de sus cifras.

Una planta de k cm de altura crece a un ritmo de 3 cm cada 2 años. Una segunda planta de 58 cm de altura crece a un ritmo de 5 cm cada 6 años. Si ambas duraran mucho tiempo, ¿dentro de cuántos años tendrían la misma altura?

Problema 3B. (2 puntos)

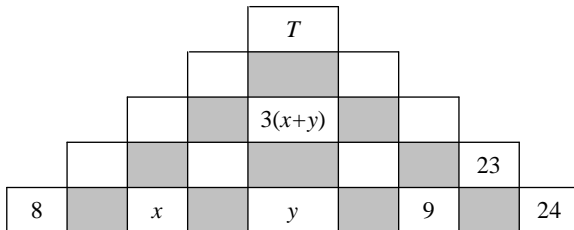
Sea T la respuesta del problema anterior.

En la figura que observas, $AB = DC = T$, $BC = AD = 72$ y los ángulos en B y D son rectos. Calcula el área del triángulo AEC .



Problema 4. (5 puntos)

Sea a la respuesta del problema 3A, b la respuesta del problema 3B y T la suma de las cifras de $a \cdot b$. En el diagrama que observas, el número que aparece en cada casilla en blanco es la suma de los de las casillas en blanco que tiene inmediatamente debajo. Calcula $\frac{x}{y}$.



NIVEL II (4º de E.S.O.)

Primera parte (1 hora 30 minutos)

Problema 1. (7 puntos)

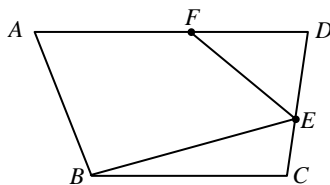
Escribe todas las parejas de enteros positivos (x, y) que verifican la ecuación $\frac{1}{x} + \frac{540}{xy} = 2$

Problema 2. (7 puntos)

En el trapecio $ABCD$ de la figura se verifica que el cociente entre las longitudes de las bases es $\frac{BC}{AD} = \frac{5}{7}$.

Los puntos E y F están en los lados CD y DA respectivamente y verifican que $\frac{CE}{ED} = \frac{2}{3}$, $\frac{AF}{FD} = \frac{4}{3}$.

Si el área del cuadrilátero $ABEF$ es 123, calcula el área del trapecio.



Segunda parte (1 hora 30 minutos)

Problema 1A. (1 punto)

El área de un hexágono regular de lado h es el triple del área de un cuadrado de lado l .

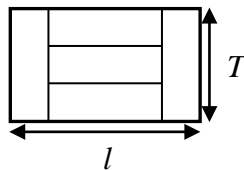
Calcula $\frac{l^4}{h^4}$ y expresa dicho cociente como fracción irreducible.

Problema 2A. (1,5 puntos)

Sea $\frac{a}{b}$ (irreducible) la respuesta del problema anterior y $T =$

ab . Con cinco rectángulos idénticos formamos otro grande como muestra la figura.

Si la anchura de este rectángulo grande es T cm, ¿cuál es su longitud, l ?

**Problema 3A.** (2 puntos)

Sea T la respuesta del problema anterior. En una bolsa hay nueve bolas numeradas con números enteros positivos. Cuatro de ellas tienen números impares cuya suma es $T + 4$ y las restantes, números pares, en concreto: 4, 8, 12, 18 y 32. Luis coge cuatro bolas y al coger Ana otras cuatro se da cuenta de que las que eligió ella suman el triple de las que eligió Luis. ¿Qué bola no cogió ninguno de los dos?

Problema 1B. (1 punto)

Sea p un número primo. Hace p años, las edades de tres niños estaban en progresión geométrica de suma p y razón 2. ¿Cuál es la suma de las edades actuales de los tres?

Problema 2B. (1,5 puntos)

Sea T la respuesta del problema anterior. Se pretende dividir un cono de altura $\frac{T}{7}$ en dos partes de igual volumen mediante un plano paralelo a la base. ¿A qué distancia del vértice debe estar el plano?

Problema 3B. (2 puntos)

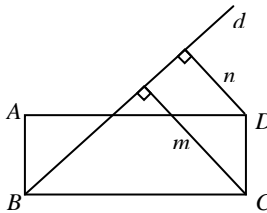
Sea T la respuesta del problema anterior y $k = T^3 - 2$.

Cuando Ali tenía la edad de Billy, Celi tenía el doble de la edad de Billy.

Cuando Celi tenía la edad de Ali, Billy tenía k años.

Cuando Billy tenga la edad de Celi, Ali tendrá 88 años.

Cuando Billy tenga la edad de Ali, ¿cuál será la suma de las edades de los tres?

**Problema 4.** (5 puntos)

Sea a la respuesta del problema 3A, b la respuesta del problema 3B y m y n las sumas de las cifras de a y b respectivamente. En el rectángulo $ABCD$ de la figura, triple de largo que de ancho, la recta d pasa por el vértice B y dista m y n de los vértices C y D respectivamente. ¿Cuál es el área de dicho rectángulo?

NIVEL III (1° de Bachillerato)

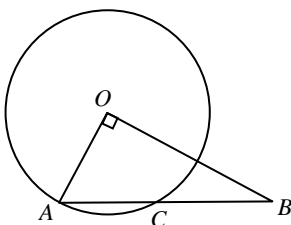
Primera parte (1 hora 30 minutos)

Problema 1. (7 puntos)

Sea f una función tal que, para todo x se verifica que $f(x) = f(x-1) + f(x+1)$. Si $f(20) = 16$ y $f(16) = 20$, calcula $f(2016)$.

Problema 2. (7 puntos)

En la figura se observa una circunferencia de centro O y un triángulo OAB , rectángulo en O siendo A un punto de la circunferencia. La hipotenusa AB vuelve a cortar a la circunferencia en el punto C siendo $AC = 8$ y $CB = 10$. Calcula $\cos \hat{B}$.



Segunda parte (1 hora 30 minutos)

Problema 1A. (1 punto)

Cuando un triángulo rectángulo gira sobre un cateto, el volumen del cono obtenido es 800π cm^3 y cuando gira sobre el otro, 1920π cm^3 . ¿Cuál es, en cm, la longitud de la hipotenusa del triángulo?

Problema 2A. (1,5 puntos)

Sea T la respuesta del problema anterior y $k = T - 2$.

¿Cuántos cuadrados perfectos, menores que 10^6 son múltiplos de k ?

Problema 3A. (2 puntos)

Sea T la respuesta del problema anterior y k el producto de sus cifras.

Si N es un número formado por las seis cifras 1, 2, 3, 3, 4 y 5 (en algún orden), calcula el menor valor de N divisible por $11k$.

Problema 1B. (1 punto)

Calcula $\frac{2}{\log_4(2000^6)} + \frac{3}{\log_5(2000^6)}$ dando el resultado como fracción irreducible.

Problema 2B. (1,5 puntos)

Sea $T = m+n$, siendo $\frac{m}{n}$ la respuesta del problema anterior.

En el cuadrado $ABCD$, los puntos E y F están en los lados AD y BC respectivamente, de forma que $BE = EF = FD = T+3$. Calcula el área de dicho cuadrado.

Problema 3B. (2 puntos)

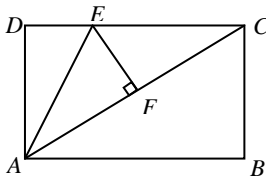
Sea T la respuesta del problema anterior y $k = \frac{T}{15}$.

Si $P(x, y)$ es un punto de la circunferencia $x^2 + y^2 - 14x - 6y = k$, ¿cuál es el mayor valor posible para $3x + 4y$?

Problema 4. (5 puntos)

Sea a la respuesta del problema 3A, b la respuesta del problema 3B y m y n las sumas de las cifras de a y b respectivamente.

En el rectángulo $ABCD$, el punto E está en CD de forma que $\hat{B}AC = \hat{E}AD$ y el punto F está en la diagonal AC siendo $EF \perp AC$. Si el área del triángulo ABC es m y el área del triángulo CEF es n , calcula el seno de $\hat{C}AE$.



XVI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

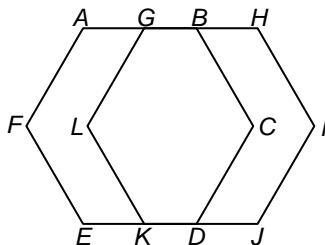
19 de noviembre de 2016

PRUEBA POR EQUIPOS 1º y 2º de E.S.O. (45 minutos)

1. El cuadrado de la figura es mágico respecto del producto, es decir, el producto de los tres números de cada fila, de cada columna y de cada diagonal es el mismo. Si en ninguna casilla hay un cero, complétalo.

	32	
16	8	

2. Los hexágonos regulares $ABCDEF$ y $GHIJKL$ de la figura son iguales siendo la longitud de cada lado 24 cm. Estos hexágonos se solapan pues G está en el lado AB , B está en GH , K en DE y D en JK . Si el área del hexágono $GBCDKL$ es la mitad de la del $ABCDEF$, calcula la longitud FL .



3. Escribe todas las parejas de números de dos cifras, de la forma $[ab]$ y $[ac]$ tales que la suma de sus cuadrados sea 1313.

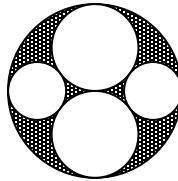
PRUEBA POR EQUIPOS 3° y 4° de E.S.O. (45 minutos)

1. Completa el siguiente “crucinúmeros”. Cada uno de los tres números en horizontal es un número de cuatro cifras (Ninguno empieza por cero).

1H: Cubo de la suma de las cifras de 1V
 2H: Sus cifras, de izquierda a derecha, están en orden estrictamente decreciente
 3H: Sus cifras, de izquierda a derecha, están en orden estrictamente decreciente
 1V: Cuarta potencia de un número entero
 2V: Cuadrado perfecto
 3V: Sus cifras están en progresión geométrica
 4V: Uno de sus factores primos es un número de dos cifras.

	1V	2V	3V	4V
1H				
2H				
3H				

2. En la figura se observan cinco circunferencias tangentes entre sí: dos pequeñas iguales, dos medianas también iguales y una grande. Si el radio de la circunferencia grande es $\frac{30}{\sqrt{\pi}}$, calcula el área sombreada.



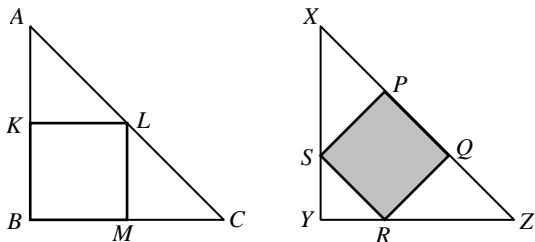
3. Encuentra el mayor número de cuatro cifras que es igual a la suma de los factoriales de sus centenas, decenas y unidades.

PRUEBA POR EQUIPOS Bachillerato. (45 minutos)

1. Encuentra todos los números primos p para los que $p^2 + 21p - 1$ es también un número primo.
2. La función $f(x) = \frac{x^4 + 3x^3 - 4x^2}{x^2 + 4x - 4}$ es negativa en dos intervalos de \mathbb{R} . Calcula la suma de las longitudes de estos intervalos.
3. Calcula el menor entero positivo t que verifica la ecuación $2^{13} + 2^{10} + 2^x = t^2$ en la que x es un entero positivo.

PRUEBA INDIVIDUAL 1º y 2º de E.S.O. (90 minutos)

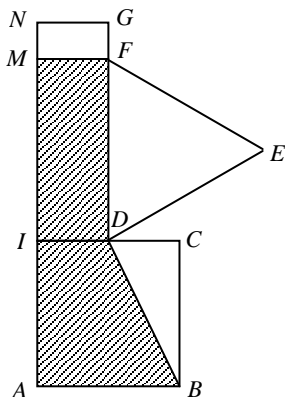
1. En la figura se observan dos triángulos rectángulos isósceles iguales, ABC y XYZ y dos cuadrados $KLMB$ y $PQRS$. Si el área del cuadrado $KLMB$ es 189, ¿cuál es el área del cuadrado $PQRS$?



2. En un edificio de apartamentos la mitad de las ventanas tienen cortinas, la cuarta parte de las ventanas tienen macetas con flores y la sexta parte tienen cortinas y macetas con flores. Hay 375 ventanas que no tienen ni cortinas ni macetas con flores. Por otra parte sabemos que un quinto de los apartamentos tienen 5 ventanas, dos quintos de los apartamentos tienen 3 ventanas y el resto tienen 2 ventanas. ¿Cuántos apartamentos tiene el edificio?
3. ¿Cuántos números, de los cien primeros enteros positivos, verifican que sus inversos tienen un desarrollo decimal periódico?

4. El rectángulo $DGNI$, el cuadrado $ABCI$ y el triángulo equilátero DEF tienen 24 cm de perímetro cada uno de ellos. D es el punto medio de IC y MF es paralelo a NG .

- ¿Cuál es el área de la figura sombreada de vértices $ABDFM$?
- ¿Cuál es el perímetro de la figura de vértices $ABCDEFGN$?



PRUEBA INDIVIDUAL 3º y 4º de E.S.O. (90 minutos)

1. ¿Cuántos enteros positivos, menores que 2016, pueden escribirse como diferencia de dos cuadrados perfectos?
2. En un hexágono regular de lado 1 consideramos los veinte triángulos cuyos vértices son vértices del hexágono. Calcula la media de las áreas de estos veinte triángulos.
3. Un fabricante de tres productos, de precios unitarios 50, 65 y 70 € recibe un pedido de 100 unidades por un total de 6850 € con la condición de que envíe el máximo número posible del producto más caro. ¿Cuántas unidades de cada producto debe enviar?
4. Los cinco hermanos Pérez se llevan muy bien y han pasado un verano bastante entretenido. Cada uno de los seis días de la semana, de lunes a sábado, cuatro de ellos hacían una determinada actividad siendo 38, 35, 36, 36, 38 y 39 la suma de las edades de los cuatro. Si ninguno estuvo los seis días, averigua las edades de cada uno de los cinco.

PRUEBA INDIVIDUAL Bachillerato (90 minutos)

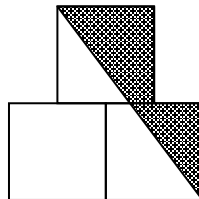
1. Demuestra que en cualquier triángulo rectángulo la suma de los inversos de las longitudes de los catetos es igual al inverso de la distancia del pie de la bisectriz del ángulo recto a cualquiera de los catetos.
2. Las ecuaciones $x^3 + Ax + 10 = 0$ y $x^3 + Bx^2 + 50 = 0$ tienen dos raíces comunes. Calcula el producto de estas dos raíces comunes.
3. En una reunión de afectados por un accidente nuclear, cada uno de los asistentes tiene 3, 4, 5, 6 ó 7 dedos en cada mano, siendo $p(k) = \frac{2^{-|5-k|}}{10}$ la probabilidad de tener k dedos en una mano. Si el número de dedos en la mano izquierda es independiente del número de dedos en la mano derecha, calcula la probabilidad de que un asistente elegido al azar tenga al menos 10 dedos entre ambas manos.
4. ¿Cuántos enteros no negativos x verifican la ecuación $\left[\frac{x}{44} \right] = \left[\frac{x}{45} \right]$?
(Recuerda: $[a]$ es la parte entera de a , es decir, el mayor entero menor o igual que a)

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)**1º y 2º de ESO.-**

- 1A.-** Los puntos P , Q , R y S están alineados en ese orden. Si $PR = 15$ cm, $QS = 12$ cm y $PS = 20$ cm, calcula, en cm, la distancia entre Q y R .

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

- 1B.-** Sea "T" la respuesta del problema 2B. En la figura adjunta se observan tres cuadrados iguales de lado $\frac{T}{7}$ cm y tal que el punto medio del lado inferior del cuadrado de arriba es un vértice de los de abajo. ¿Cuántos cm^2 tiene el área sombreada?



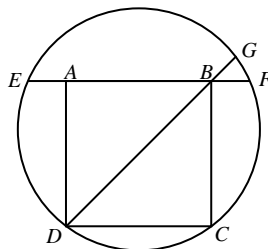
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

- 1C.-** Sea "T" la respuesta del problema 2C. Isa y Alicia parten al mismo tiempo de dos puntos diametralmente opuestos de una pista circular y corren a distintas velocidades y en sentido contrario. Cuando se encuentran la primera vez Alicia ha recorrido T metros y, desde ese momento y hasta que se encuentran por segunda vez, Isa ha recorrido $\frac{3T}{2}$ metros. Si sus velocidades son constantes, ¿cuál es la longitud, en metros, de la pista?

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

3º y 4º de ESO.-

- 2A.-** Sea "T" la respuesta del problema 3A. En la figura adjunta observas un cuadrado $ABCD$, de lado T , dos de cuyos vértices, C y D , están en una circunferencia. Si la cuerda EF tiene longitud 98 y la cuerda DG pasa por B , calcula BG .



(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

- 2B.-** Hoy es el cumpleaños de tres chicos cuya suma de edades es 44 años. ¿Cuál será la suma de sus edades la próxima vez que dicha suma vuelva a ser un número con dos cifras iguales?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

- 2C.-** Sea "T" la respuesta del problema 3C. Calcula el área del trapecio limitado por los ejes de coordenadas y las rectas $x + y = T$, $x + y = T - 10$.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

Bachillerato.-

3A.- Sea "T" la respuesta del problema 1A.

Considera los diez enteros positivos más pequeños que puedas, de forma que haya exactamente T divisibles entre T , y exactamente $T - 2$ divisibles entre $T - 2$. ¿Cuál es el mayor de los diez números?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)

3B.- Sea "T" la respuesta del problema 1B y k la suma de las cifras de T .

En un triángulo rectángulo la longitud de la hipotenusa es k veces la longitud de la altura sobre ella. Calcula el cociente entre las longitudes del mayor y el menor de los segmentos en que dicha altura divide a la hipotenusa.

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

3C.- Si a , b y c son enteros positivos con $a + b + c = 7$, calcula el menor valor posible para $a^2 + b^2 + c^2$.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)



REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA
LIII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA
Comunidad de Madrid

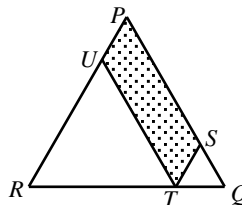


FASE CERO: viernes 25 de noviembre de 2016

- En la hoja de respuestas, escribe la letra de la opción que creas correcta
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos; cada respuesta en blanco 1 punto, y cada respuesta errónea, 0 puntos.
- No está permitido el uso de calculadoras, instrumentos de medida o de cualquier aparato electrónico.
- TIEMPO: 3 horas.

1. Si el perímetro del triángulo equilátero PQR es 48 cm, ¿cuál es, en cm, el perímetro del paralelogramo $PSTU$?

- A) 26 B) 28 C) 30 D) 32
 E) 34

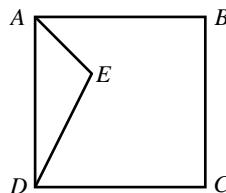


2. La media, mediana y moda del conjunto de siete números 60, 100, x , 40, 50, 200 y 90 son todas iguales a x . ¿Cuál es el valor de x ?

- A) 50 B) 60 C) 75 D) 90 E) 100

3. En el dibujo que observas, el perímetro del cuadrado $ABCD$ es 120 y el perímetro del triángulo AED es $2x$. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al perímetro del pentágono $ABCDE$?

- A) $120 + 2x$ B) $40 + 2x$ C) $60 + 2x$ D) $90 + 2x$
 E) $30 + 2x$



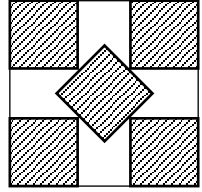
4. Las dimensiones de una caja de base rectangular vienen expresadas por números enteros y están en la proporción $1 : 3 : 4$. ¿Cuál de los siguientes números puede corresponder al volumen de la caja?

- A) 18 B) 56 C) 72 D) 96 E) 144

5. En cierto campamento de verano cada uno de los 100 estudiantes que hay sabe cantar, bailar o hacer teatro pero ninguno sabe hacer las tres cosas. Hay 42 que no saben cantar, 65 que no saben bailar y 29 que no saben hacer teatro. ¿Cuántos estudiantes saben hacer dos de estas tres cosas?

- A) 16 B) 25 C) 36 D) 49 E) 64

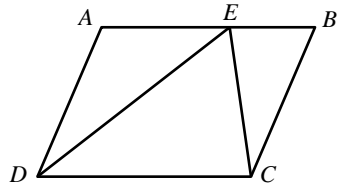
6. En el interior de un cuadrado de lado 1 hemos dibujado cinco cuadrados iguales como muestra la figura. El punto medio de cada uno de los lados del cuadrado central coincide con uno de los vértices de cada uno de los otros cuatro cuadrados. Si la longitud del lado de cada uno de estos cinco cuadrados es



$$\frac{a - \sqrt{2}}{b} \text{ con } a \text{ y } b \text{ enteros positivos, } a + b \text{ es igual a:}$$

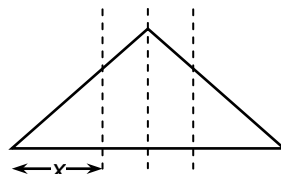
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
7. ¿Qué porcentaje de números de cuatro cifras diferentes, todas impares, son divisibles entre 3?
- A) 80% B) 25% C) 33% D) 40% E) 75%
8. El número 33^{33} podemos escribirlo como la suma de 33 impares consecutivos. El mayor de todos ellos es:
- A) $33^{32} + 32$ B) $33^{31} + 32$ C) $33^{32} - 32$ D) $33^{33} - 32$ E) 33^{32}
9. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?
- $$123456785 \cdot 123456782 - 123456783 \cdot 123456784$$
- (Como ves, se trata de una resta y productos de números de nueve cifras)
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) Nada de lo anterior

10. En el paralelogramo $ABCD$ de la figura, se verifica que $\frac{AE}{EB} = \frac{3}{2}$. ¿Cuál es el cociente entre el área del cuadrilátero $AECD$ y el área del paralelogramo $ABCD$?

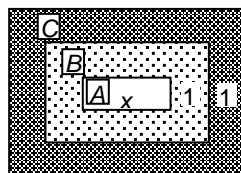


- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$
11. La diferencia entre una fracción positiva y su inversa es $\frac{9}{20}$. ¿Cuál es la suma de dicha fracción y su inversa?
- A) $\frac{41}{40}$ B) $\frac{20}{9}$ C) $\frac{25}{16}$ D) $\frac{41}{20}$ E) 5

12. La base (lado desigual) del triángulo isósceles de la figura tiene 12 cm de longitud. Trazando tres rectas perpendiculares a la base, dividimos dicho triángulo en cuatro partes de igual área. ¿Cuál es la longitud del segmento x ?



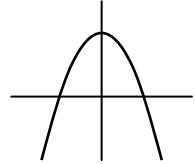
- A) $3\sqrt{2}$ B) 4 C) 4,5 D) 5
E) $3\sqrt{3}$
13. Una recta que pasa por el origen de coordenadas corta a las rectas $x = 1$ e $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ formando un triángulo equilátero. ¿Cuál es el perímetro de este triángulo?
- A) $2\sqrt{6}$ B) $2 + 2\sqrt{3}$ C) 6 D) $3 + 2\sqrt{3}$ E) $6 + \frac{\sqrt{3}}{3}$
14. Los puntos de corte de la parábola $y = x^2 - 2ax + 2a$ con el eje de abscisas tienen coordenadas enteras. ¿Cuál es la suma de todos los valores posibles de a ?
- A) 7 B) 8 C) 16 D) 17 E) 18
15. Ali, Bea y Celia escogen al azar un número entre los diez primeros enteros positivos, siendo diferentes todos los escogidos. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de Ali sea múltiplo del de Bea y el de Bea sea múltiplo del de Celia?
- A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{1}{72}$ C) $\frac{1}{80}$ D) $\frac{1}{90}$ E) $\frac{3}{200}$
16. De cuántas formas podemos escribir 345 como suma de una lista creciente de dos o más enteros positivos consecutivos?
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7
17. En el interior del rectángulo grande dibujamos otros dos cuyos lados son paralelos a los del primero, como muestra la figura. Si las áreas de las tres regiones, A, B y C, están en progresión aritmética, la altura del rectángulo pequeño es 1 cm y la anchura de las regiones B y C también es de 1 cm, ¿cuánto mide la base, x , del rectángulo pequeño?



- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8
18. Los vértices de un cuadrilátero son los puntos $P(a, b)$, $Q(b, a)$, $R(-a, -b)$ y $S(-b, -a)$, siendo a y b enteros y $a > b > 0$. Si el área de dicho cuadrilátero es 16, ¿cuál es el valor de $a + b$?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 12 E) 13

19. ¿Cuál es la suma de las soluciones positivas de la ecuación $(x^2 - x)^2 = 18(x^2 - x) - 72$?
- A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 18
20. Si x es cualquier número real, el menor valor que toma la expresión $x^2 - 4x + 3$ es:
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 3 E) -3

21. La gráfica de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ es la que observas, cuyo vértice está en el eje de ordenadas. ¿Qué afirmación de las siguientes tiene que ser verdadera?



- A) $a + b + c = 0$ B) $a + b - c < 0$ C) $a - b + c < 0$
 D) $a + b + c < 0$ E) No hay información suficiente.
22. Si $p(x) = (x - 2)^{2016}(x + 2016) + (x - 2)^{2015}(x + 2015) + \dots + (x - 2)(x + 1)$ la suma de los coeficientes del polinomio $p(x)$ es:
- A) 1008 B) 2016 C) 2027090 D) 0 E) 1

23. En un cuadrante de una circunferencia inscribimos otra circunferencia, como muestra la figura 1. ¿Cuál es el cociente entre el área del círculo pequeño y el área del cuadrante?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $3(2 - \sqrt{3})$ D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $4(3 - 2\sqrt{2})$

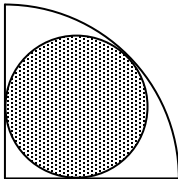


Figura 1

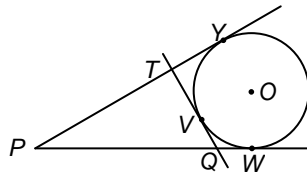


Figura 2

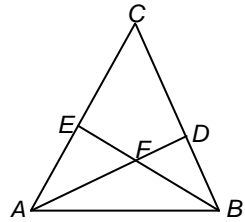
24. En el triángulo PQT de la figura 2, $PQ = 10$ cm, $QT = 5$ cm y el ángulo $\angle PQT = 60^\circ$. Los puntos Y , W y V son los puntos de tangencia de la circunferencia de centro O con las rectas que determinan los lados del triángulo. ¿Cuál es, en cm, el radio de dicha circunferencia?

- A) $5\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})$ B) $\frac{5(3 - \sqrt{3})}{2}$ C) $\frac{5(\sqrt{3} - 1)}{2}$ D) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{25\sqrt{3}}{6}$

25. Seleccionamos al azar tres enteros diferentes entre 1 y 2016, ambos inclusive. Si llamamos p a la probabilidad de que el producto de los tres sea impar, entonces:

- A) $p < \frac{1}{8}$ B) $p = \frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{8} < p < \frac{1}{3}$ D) $p = \frac{1}{3}$ E) $p > \frac{1}{3}$

26. ¿Cuál es el área encerrada por la gráfica de la curva $x^2 + y^2 = |x| + |y|$?
- A) $\pi + \sqrt{2}$ B) $\pi + 2$ C) $\pi + 2\sqrt{2}$ D) $2\pi + \sqrt{2}$ E) $2(\pi + \sqrt{2})$
27. La gráfica de $x^2(x + y + 1) = y^2(x + y + 1)$ está formada por:
- A) Dos rectas paralelas B) Dos rectas que se cortan C) Una recta y una parábola
D) Tres rectas concurrentes en un punto E) Tres rectas no concurrentes en un punto
28. Los tres vértices del triángulo ABC están en la gráfica de la parábola $y = x^2$. El vértice A es el origen de coordenadas y el lado BC es paralelo al eje de abscisas. Si el área del triángulo es 64, ¿cuál es la longitud del lado BC ?
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 16
29. En el triángulo ABC de la figura de lados $AB = 6$, $BC = 7$ y $CA = 8$, las bisectrices AD y BE de los ángulos \hat{A} y \hat{B} respectivamente, se cortan en el punto F . ¿Cuál es el cociente $\frac{AF}{FD}$?
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$
E) $\frac{5}{2}$
30. En el triángulo PQR , el ángulo \hat{R} es el doble del ángulo \hat{P} , $PR = 5$ y $QR = 4$. ¿Cuál es la longitud del lado PQ ?
- A) $2\sqrt{10}$ B) 6 C) 7 D) $2\sqrt{7}$ E) $5\sqrt{2}$





REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA

LIII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Comunidad de Madrid

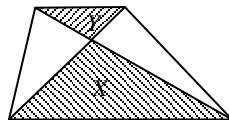


FASE LOCAL: segunda prueba. Viernes 21 de diciembre de 2016

Tiempo: 3h 30 min

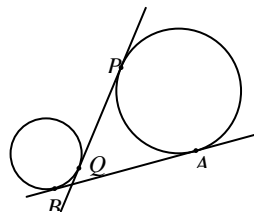
1. El producto de dos números del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$ es igual a la suma de los restantes. Encuentra dichos números.
2. Un “capicúa” es un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. (Por ejemplo, 323 ó 19591). ¿Cuál es la diferencia entre el mayor y el menor capicúa, si ambos son de cinco cifras y múltiplos de 45?

3. Dividimos el trapecio de la figura en cuatro triángulos trazando las diagonales. Si X e Y son las áreas de los triángulos sombreados, obtén en función de X e Y el área del trapecio.



4. Considera las ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ en las que a , b y c son números primos de una sola cifra. ¿En cuántas de estas ecuaciones hay al menos una solución entera?
5. En una bolsa hay bolas rojas y bolas azules, en total menos de 2016. Sabemos que la probabilidad de que al coger dos bolas (sin reemplazamiento) sean ambas del mismo color, es $\frac{1}{2}$. ¿Cuál es el máximo número de bolas rojas que puede haber en la bolsa?
6. Los puntos de corte de la parábola $y = x^2 - ax + 2a$ con el eje de abscisas, tienen coordenadas enteras. ¿Cuál es la suma de todos los valores posibles de a ?

7. El dibujo muestra dos circunferencias y dos rectas tangentes a ambas siendo A , B , P y Q los puntos de tangencia. Si la longitud del segmento PQ es 14 y la del AB es 16, calcula el producto de los radios de las circunferencias.



8. En una circunferencia de centro O y diámetro AB marcamos un punto C (distinto de A y B) desde el que trazamos la perpendicular al diámetro AB , al que corta en el punto D . Si M es un punto de la cuerda BC tal que $\widehat{BMO} = 90^\circ$ y $DB = 3 \cdot OM$, calcula el ángulo \widehat{ABC} .
9. Hay un único triángulo ABC para el que $AC = 14$, $\cos A = \frac{4}{5}$ y el radio del círculo inscrito es 4. Calcula el área de dicho triángulo.
10. Sean x , y , z números reales tales que: $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y-4} + 3\sqrt{z-9} = \frac{x+y+z}{2}$.
Determinar el valor de $x + 2y + 3z$.



LIII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Prueba de selección Comunidad de Madrid



Primera sesión, viernes 13 de enero de 2017

No está permitido el uso de calculadoras. Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3,5 horas.

1. Describir todas las soluciones enteras positivas (m, n) de la ecuación $8m - 7 = n^2$, y dar, si existe, el primer valor de m mayor que 1959.
2. (a) Se colorean los números del conjunto $A = \{1, 2, 3, \dots, 2017\}$ en dos colores, rojo y azul. Demostrar que es posible hacerlo de manera que si x, y, z son números de A , no necesariamente distintos, verificando $8(x + y) = z$, los números x, y, z tengan los dos colores.
(b) Determinar el mayor valor de n para el que es posible colorear en rojo y azul los números del conjunto $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, de modo que cualquier terna (x, y, z) de números de X , no necesariamente distintos, verificando $8(x + y) = z$, tenga los dos colores.
3. Calcular el número máximo de raíces reales distintas que puede tener un polinomio P que verifique la siguiente propiedad: el producto de dos raíces distintas de P sigue siendo una raíz de P .

Segunda sesión, Sábado 16 de enero de 2016

Tiempo: 3 horas y media

4. Encontrar todas las soluciones enteras positivas de:

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b+c-2} = 1$$

5. Demostrar que hay infinitos números primos que dan de resto 2 al ser divididos entre 3.
6. El triángulo ABC es acutángulo. Los pies de las alturas trazadas desde A, B y C son los puntos D, E y F respectivamente.
Demostrar que $DE + DF \leq BC$ y caracterizar los triángulos para los que se obtiene la igualdad.

XXII^a OLIMPIADA de MAYO
Primer Nivel
Mayo de 2016



Duración de la prueba: 3 horas

Cada problema vale 10 puntos.

No puedes usar calculadora; no puedes consultar libros ni apuntes.

Justifica cada una de tus respuestas.

Al participar te comprometes a no divulgar los problemas hasta el 27 de mayo

PROBLEMA 1

En una hoja están escritos siete números enteros positivos diferentes. El resultado de la multiplicación de los siete números es el cubo de un número entero. Si el mayor de los números escritos en la hoja es N , determinar el menor valor posible de N . Mostrar un ejemplo para ese valor de N y explicar por qué no es posible que N sea más pequeño.

PROBLEMA 2

En una competición deportiva en la que se realizan varias pruebas, solo participan los tres atletas A , B , C . En cada prueba, el ganador recibe x puntos, el segundo recibe y puntos y el tercero recibe z puntos. No hay empates y los números x , y , z son enteros positivos distintos con x mayor que y y y mayor que z .

Al terminar la competición resulta que A ha acumulado 20 puntos, B ha acumulado 10 puntos y C ha acumulado 9 puntos. Sabemos que el atleta A fue segundo en la prueba de 100 metros. Determinar cuál de los tres atletas resultó segundo en la prueba de salto.

PROBLEMA 3

En el triángulo ABC se marcaron el punto D en el lado BC y el punto E en el lado AC de manera que $CD = DE = EB = BA$. El ángulo \hat{ACB} mide 20° . Calcular la medida del ángulo \hat{ADE} .

PROBLEMA 4

Dado un tablero de 3×3 se quiere escribir en sus casillas los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y un número entero positivo M , no necesariamente distinto de los anteriores. El objetivo es que la suma de los tres números de cada fila sea la misma.

- Hallar todos los valores posibles de M para los que esto es posible.
- ¿Para cuáles de los valores de M hallados en a) es posible acomodar los números de modo que no solo las tres filas sumen lo mismo, sino que también las tres columnas sumen lo mismo?

PROBLEMA 5

En el pizarrón están escritos los 400 números enteros $1, 2, 3, \dots, 399, 400$. Luis borra 100 de estos números, luego Martín borra otros 100. Martín gana si la suma de los 200 números borrados es igual a la suma de los no borrados, en otro caso, gana Luis. ¿Cuál de los dos tiene estrategia ganadora?

¿Y si Luis borra 101 números y Martín 99?

En cada caso, explicar cómo puede asegurarse la victoria el jugador que tiene estrategia ganadora.

XXIIª OLIMPIADA de MAYO
Segundo Nivel
Mayo de 2016



Duración de la prueba: 3 horas

Cada problema vale 10 puntos.

No puedes usar calculadora; no puedes consultar libros ni apuntes.

Justifica cada una de tus respuestas.

Al participar te comprometes a no divulgar los problemas hasta el 27 de mayo

PROBLEMA 1

Decimos que un número de cuatro cifras \overline{abcd} , que comienza por a y termina por d , es “intercambiable” si existe un entero $n > 1$ tal que $n \times \overline{abcd}$ es un número de cuatro cifras que comienza por d y termina por a .

Por ejemplo, 1009 es intercambiable ya que $1009 \times 9 = 9081$.

Hallar el mayor número intercambiable.

PROBLEMA 2

¿Cuántas casillas se deben pintar como mínimo en un tablero de 5×5 de tal modo que en cada fila, en cada columna y en cada cuadrado de 2×2 haya al menos una casilla pintada?

PROBLEMA 3

Decimos que un número entero positivo es *cua-divi* se es divisible por la suma de los cuadrados de sus dígitos, y además ninguno de sus dígitos es igual a cero.

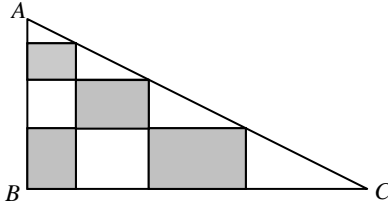
- Encontrar un número *cua-divi* tal que la suma de sus dígitos sea 24.
- Encontrar un número *cua-divi* tal que la suma de sus dígitos sea 1001.

PROBLEMA 4

En un triángulo ABC , sean D y E puntos de los lados BC y AC , respectivamente. Los segmentos AD y BE se cortan en O . Supongamos que la base media del triángulo, paralela a AB , divide al segmento DE por la mitad. Demostrar que el triángulo ABO y el cuadrilátero $ODCE$ tienen áreas iguales.

PROBLEMA 5

Rosa y Sara juegan con un triángulo ABC , recto en B . Rosa comienza marcando dos puntos interiores de la hipotenusa AC , luego Sara marca un punto interior de la hipotenusa AC distinto de los de Rosa. Luego, desde estos tres puntos se trazan las perpendiculares a los lados AB y BC , formándose la siguiente figura.



Sara gana si el área de la superficie sombreada es igual al área de la superficie no sombreada, en otro caso gana Rosa. Determinar quién de las dos tiene estrategia ganadora.

XXII OLIMPIADA DE MAYO – 2016. RESULTADOS DE ESPAÑA

PRIMER NIVEL

Apellidos y nombre	Premio
1 Jimena Lozano Simón	ORO
2 Miguel Navarro Muñoz	PLATA
3 Felipe Lorenzo Martínez	PLATA
4 Daniel Ribalta Andrés	BRONCE
5 Alejandro Martínez Sánchez	BRONCE
6 Miguel Soto Martín	BRONCE
7 Gabriela García Pérez	MENCIÓN
8 Pablo Raichs Fernández	MENCIÓN
9 María Dorado Ordás	
10 Mario Casero Sánchez	

SEGUNDO NIVEL

1 Alberto Pérez Mugía	ORO
2 Soto Martín, Pablo	PLATA
3 Víctor David Sánchez González	BRONCE
4 Noryne Ridouane	BRONCE
5 Ignacio Bolivar Centeno	BRONCE
6 Laura Sánchez Pérez	BRONCE
7 Javier Martínez Ciria	BRONCE
8 Shenghao Zhang	MENCIÓN
9 Jorge Lorente Jerez	MENCIÓN
10 Hernán Domínguez Monreal	MENCIÓN



**Comunidad
de Madrid**



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
Consejo Social de la UCM

