

XX^a OLIMPIADA de MAYO
Primer Nivel
Mayo de 2014



Duración de la prueba: 3 horas.

Cada problema vale 10 puntos.

No puedes usar calculadora; no puedes consultar libros ni apuntes.

Justifica cada una de tus respuestas.

Al participar te comprometes a no divulgar los problemas hasta el 25 de mayo.

PROBLEMA 1

Un número natural N es *bueno* si sus dígitos son 1, 2 o 3 y todos los números de 2 dígitos formados por dígitos ubicados en posiciones consecutivas de N son números distintos. ¿Hay algún número bueno de 10 dígitos? ¿Y de 11 dígitos?

PROBLEMA 2

Beatriz tiene tres dados en cuyas caras están escritas letras diferentes. Al tirar los tres dados sobre una mesa, y eligiendo cada vez solamente las letras de las caras de arriba, formó las palabras

OSA , VIA , OCA , ESA , SOL , GOL , FIA , REY , SUR , MIA , PIO , ATE , FIN , VID.

Determinar las seis letras de cada dado.

PROBLEMA 3

Se tienen nueve cajas. En la primera hay 1 piedra, en la segunda hay 2 piedras, en la tercera hay 3 piedras, y así siguiendo, en la octava hay 8 piedras y en la novena hay 9 piedras. La operación permitida es sacar el mismo número de piedras de dos cajas distintas y colocarlas en una tercera caja. El objetivo es que todas las piedras estén en una sola caja. Describir cómo hacerlo con el número mínimo de operaciones permitidas. Explicar porqué es imposible lograrlo con menos operaciones.

PROBLEMA 4

Sea ABC un triángulo rectángulo e isósceles, con $\angle C = 90^\circ$. Sean M el punto medio de AB y N el punto medio de AC . Sea P tal que MNP es un triángulo equilátero con P en el interior del cuadrilátero $MBCN$.

Calcular la medida del ángulo $\angle MCP$.

PROBLEMA 5

Dadas 6 bolitas: 2 blancas, 2 verdes, 2 rojas, se sabe que hay una blanca, una verde y una roja que pesan 99 g cada una y que las demás bolitas pesan 101 g cada una. Determinar el peso de cada bolita usando dos veces una balanza de dos platos.

ACLARACIÓN: Una balanza de dos platos solo informa si el plato izquierdo pesa más, igual o menos que el derecho.